

DER PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE. BAND XIV.

I. *Ueber die Interferenzerscheinungen
dünner Blättchen mit besonderer Rücksicht auf
die Theorie der Newton'schen Ringe;
von W. Feussner.*

Es bestehen bemerkenswerthe Verschiedenheiten bei den nicht von einer Beugung des Lichtes abhängigen Interferenzerscheinungen, je nachdem die zusammenwirkenden Strahlenbündel von vornherein getrennt in verschiedener Richtung von der Lichtquelle ausgehen oder durch Zerlegung eines und desselben Bündels gewonnen werden. Der erstere Fall tritt z. B. ein bei den Erscheinungen, welche die Fresnel'schen Spiegel, das Doppelprisma, die Billet'schen Halblinsen und ähnliche Apparate liefern, der zweite bei den Interferenzen dünner Blättchen (mit dem speciellen Falle der Newton'schen Ringe), den Brewster'schen Interferenzerscheinungen, welche Jamin zur Construction seines Interferentialrefractors benutzte, und anderen, wie sie z. B. Jamin und Mascart¹⁾ besprochen haben. Die letztere Classe, die ich des angegebenen charakteristischen Umstandes wegen unter dem Namen „Interferenzen getheilten Lichts“, oder kürzer „Theilungsinterferenzen“ zusammenfassen will, hat für die meisten Arten der experimentellen Benutzung wesentliche Vorzüge vor der ersten. Während nämlich bei dieser eine punktförmige oder geradlinige Lichtquelle erforderlich ist, werden die Interferenzen des getheilten Lichtes von beliebig ausgedehnten Lichtquellen erzeugt, die Streifen der niedrigsten Ordnungen erscheinen schon im zerstreuten Tageslicht, es sind hier die anwendbaren Gangunterschiede weit

1) Mascart, Ann. de chim. et de phys. (4) 23. p. 116—156. 1871.
Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. XIV.

grösser als bei allen anderen Interferenzerscheinungen, und während man bei der erstgenannten Classe die Versuchsanordnung mit Sorgfalt treffen muss, um von der Beugung ungestörte Resultate zu erhalten¹⁾, gesellen sich den Theilungsinterferenzen viel seltener merkliche Beugungserscheinungen zu, und die möglicherweise gleichzeitig auftretenden sind so durchaus verschiedener Art, dass eine Vermischung und Verwechselung von vornherein ausgeschlossen ist.) Vermöge dieser Umstände haben die Theilungsinterferenzen bereits mehrfach als Grundlage feiner Messungsmethoden gedient — ich erinnere beispielsweise nur an die Fizeau'schen Bestimmungen der Ausdehnungscoefficienten verschiedener Körper und an die Messung der Farbenzerstreuung der Gase durch Ketteler — und versprechen noch mehr für die Zukunft, theils in ähnlicher Art, theils in directerer Anwendung auf die Natur des Lichtes selbst. Wenn sie aber ihre volle Fruchtbarkeit entfalten und nicht etwa gar irreführen sollen, so ist noch eine genauere Durcharbeitung ihrer Theorie erforderlich, als bis jetzt vorliegt. Es geht das aus Beobachtungen hervor, welche ich vor einigen Jahren machte, und

1) In neuerer Zeit hat Hr. H. F. Weber (Wied. Ann. 8. p. 407—444. 1879) sogar behauptet, dass diese Erscheinungen reine Beugungserscheinungen seien, und Fresnel, welcher sie als Erzeugniss regelmässig reflectirten resp. gebrochenen Lichtes betrachtet und zu einer wesentlichen Grundlage der Lichttheorie gemacht hat, eine unrichtige Erklärung dafür gegeben habe, deren Nichtübereinstimmung mit den Beobachtungen von ihm und allen Späteren übersehen worden sei. Diese Behauptungen gehen zu weit, denn wenn die Experimente mit gehöriger Vorsicht angestellt werden, so ist innerhalb bestimmter räumlicher Grenzen die Fresnel'sche Betrachtungsweise durchaus begründet, und Fresnel hat diese Grenzen und den ausserhalb derselben sich bemerklich machenden Einfluss der Beugung sehr wohl gekannt, wie verschiedene Stellen seiner Abhandlungen beweisen und bei ihm eigentlich auch selbstverständlich ist. Auch gegen die späteren Physiker ist der Vorwurf in seiner Allgemeinheit nicht begründet; die nöthigen Vorsichtsmaassregeln sind nicht in Vergessenheit gerathen (vgl. z. B. Verdet, Oeuvres 5. p. 78. 79. 1869). Freilich aber trifft er mit Recht die Art und Weise, in der gewöhnlich der Spiegelversuch dargestellt und ausgeführt wird, und die elegante Analyse, die Hr. Weber von den hierher gehörigen Erscheinungen gibt, ebnet eine bisher fühlbare Lücke der Theorie.

welche zeigten, dass in nur wenigen, ganz speciellen Fällen die Vorstellungen, welche man sich von diesen Erscheinungen gebildet und aus der Theorie abgeleitet hatte, mit der Erfahrung übereinstimmen, dass sie aber unter Umständen in der denkbar stärksten Weise davon abweichen. Der Grund dafür liegt hauptsächlich darin, dass man sich bisher mit einer angenäherten Rechnung begnügte, in welcher bei der Bestimmung des Wegunterschiedes der interferirenden Lichtstrahlen Glieder vernachlässigt wurden, welche im Verhältniss zur Wellenlänge des Lichts im Allgemeinen noch sehr beträchtliche Werthe besitzen. Diese Bemerkung veranlasste mich, im vorigen Jahre in einer Abhandlung „über die Theorie der Interferenzerscheinungen dünner Blättchen“¹⁾, für den einfachsten und zugleich wichtigsten hierher gehörigen Fall, nämlich für ein keilförmiges Blättchen, die Grundlagen einer strengeren Theorie zu geben, indem ich von den bisher vernachlässigten Gliedern diejenigen der niedrigsten Ordnung mit in Rechnung zog und aus der so für die Wegdifferenz der interferirenden Strahlen erhaltenen Formel die hauptsächlichsten Folgerungen über den Ort, die Gestalt, Richtung und Breite der Streifen ableitete. Für viele Fälle reicht diese Näherung zur Beantwortung der wesentlichsten Fragen aus, wenn jedoch die Blättchen eine beträchtliche Dicke haben, muss die Rechnung noch genauer geführt werden, was für Fragen nach der Intensität der Streifen und einige andere auch schon bei geringerer Dicke der Fall ist; ich habe deshalb später auch noch kleine Grössen höherer Ordnung mit herangezogen. — Diese Annalen brachten dann in dem Januar- und Februarheft dieses Jahres eine ausgedehnte Arbeit der Herren L. Sohncke und A. Wangerin „Neue Untersuchungen über die Newton'schen Ringe“ betitelt, deren erster experimenteller Theil von Hrn. Sohncke, und deren zweiter theoretischer von Hrn. Wangerin herrührt. In einer im März veröffentlichten Abhandlung²⁾ habe ich nach-

1) Feussner, Ber. der Ges. zur Bef. d. ges. Naturwiss. zu Marburg. p. 1—22. 1880.

2) Feussner, Ber. d. Ges. zur Bef. d. ges. Naturwiss. zu Marburg. p. 1—24. 1881.

gewiesen, dass die Resultate der Versuche des Hrn. Sohncke, so weit sie mit der Theorie verglichen werden können, mit den in meiner ersten Abhandlung aufgestellten Formeln sehr gut übereinstimmen¹⁾, dass dagegen die Theorie des Hrn. Wangerin ebenso wie eine andere, früher von demselben aufgestellte²⁾, auf ganz willkürlichen, falschen Annahmen beruht und daher selbst unrichtig ist.

Im Folgenden will ich nun den wesentlichen Inhalt meiner beiden Abhandlungen in Kürze wiedergeben, ohne gegenwärtig Neues (abgesehen von einigen, dem besseren Verständniss dienlichen Bemerkungen) hinzuzufügen.

Wir können das zu lösende Problem etwa folgendermassen aussprechen: Auf ein Blättchen, welches von zwei unter einem sehr kleinen Winkel gegeneinander geneigten Ebenen begrenzt werde, fallen Lichtstrahlen von einer in beliebiger Entfernung befindlichen einfarbigen Lichtquelle; nachdem diese Strahlen, theils ohne einzudringen, theils nach ein- und mehrmaligem Durchlaufen des Blättchens reflectirt sind, gehen sie durch eine Linse und werden endlich in beliebiger Entfernung hinter dieser von einem Schirme aufgefangen. Es fragt sich, was ist das Resultat des Zusammenwirkens der Strahlen auf dem Schirm, wie sind namentlich die in Betracht kommenden Entfernungen zu wählen, damit die entstehende Interferenzerscheinung möglichst deutlich werde, welche Gestalt, Richtung und gegenseitige Entfernung haben die Streifen in derselben?

Wir wollen ein rechtwinkliges Coordinatensystem einführen, dessen X -Axe in der Axe der Linse, und dessen Ursprung und Z -Axe in der Vorderfläche des dünnen Blättchens gelegen sei; die XY -Ebene ist dann die Neigungsebene der Linsenaxe gegen das Blättchen. Die Entfernung der Vorderfläche der Linse vom Coordinatenursprung sei b , ihr Halbmesser r_1 , die Dicke der Linse d , der Halbmesser ihrer Hinterfläche r_2 und die Entfernung des Schirms von derselben c . Das Brechungsverhältniss des Blättchens gegen

1) Ueber einen Punkt (die „Quergerade“) siehe indessen weiter unten.

2) Wangerin, Pogg. Ann. 131. p. 497–523. 1867.

Luft sei n , das der Linse n_1 . Die Normale auf die Vorderfläche des Blättchens mache mit der X -Axe einen Winkel α , die Richtungscosinus der Normalen auf die Hinterfläche mit den drei Axen seien ABC , und eine Senkrechte vom Koordinatenursprung auf die Hinterfläche habe die Länge D . Die Lichtquelle werde als eine leuchtende Ebene gedacht, in der Entfernung a vom Ursprung und senkrecht auf einem Strahl, der nach der Reflexion an der Vorderfläche des Blättchens mit der X -Axe zusammenfalle würde. — Wir wollen die Coordinaten der Punkte der verschiedenen Flächen durch Anwendung verschiedener Buchstaben unterscheiden, und zwar seien $\xi \eta \zeta$ die Coordinaten eines Punktes der Lichtquelle, $x y z$ der Vorderfläche des Blättchens, $\xi_1 \eta_1 \zeta_1$ der Vorderfläche der Linse, $\xi_2 \eta_2 \zeta_2$ der Hinterfläche derselben, endlich $\xi \eta \zeta$ des Schirmes, auf welchem die Interferenzerscheinung zu Stande kommt, und den wir daher auch als Bildfläche bezeichnen können. Den gemachten Annahmen zufolge ist:

$$(1) \left\{ \begin{array}{lll} x \cos 2\alpha + y \sin 2\alpha - a = 0 & \text{die Gleichung der Lichtquelle,} \\ x \cos \alpha + y \sin \alpha = 0 & \text{,, , , , Vorderfläche des} \\ & \text{Blättchens,} \\ Ax + By + Cz + D = 0 & \text{,, , , , Hinterfläche des} \\ & \text{Blättchens,} \\ (\xi_1 - b - r_1)^2 + \eta_1^2 + \zeta_1^2 = r_1^2 & \text{,, , , , Vorderfläche der} \\ & \text{Linse,} \\ (\xi_2 - b - d + r_2)^2 + \eta_2^2 + \zeta_2^2 = r_2^2 & \text{,, , , , Hinterfläche der} \\ & \text{Linse,} \\ \xi = b + d + c & \text{,, , , , Bildfläche.} \end{array} \right.$$

Es werden nun D und d als kleine Grössen im Verhältniss zu $abc r_1$ und r_2 behandelt und nur solche Strahlen in Betracht gezogen, welche in der Nähe der X -Axe durch die Linse gehen und gleichfalls in der Nähe dieser Axe den Schirm treffen, sodass $\eta_1 \zeta_1 \eta_2 \zeta_2 \eta$ und ζ ebenfalls kleine Grössen sind; man kann sich die Linse zu dem Ende mit einem Diaphragma versehen denken, dessen Oeffnung, um der Vorstellung einen Anhalt zu geben, etwa in einem Durchmesser von 1–2 cm gedacht werden mag. Es sollen dann alle die Glieder vernachlässigt werden, welche in Beziehung

auf die erwähnten kleinen Grössen von der dritten oder höherer Ordnung sind.

In meiner oben citirten ersten Abhandlung habe ich weiter einen beliebigen Lichtstrahl in seinem Verlaufe von der Lichtquelle zum Schirm verfolgt und ein jedes der geradlinigen Stücke, aus welchen er vermöge der verschiedenen Brechungen und Reflexionen zusammengesetzt ist, seiner Lage und Grösse nach bestimmt. Ich habe dabei die Coordinaten $\eta \zeta$ und $\eta_2 \zeta_2$ der Punkte, in welchen der Strahl den Schirm und die Hinterfläche der Linse trifft, beliebig angenommen und die übrigen in Betracht kommenden Grössen als Functionen dieser und der Constanten ($abcd r_1 r_2 ABCD n n_1 \alpha$) dargestellt, dabei jedoch statt der Richtungs cosinus ABC der Normale auf die Hinterfläche des Blättchens zwei andere Winkel in folgender Weise eingeführt. Es sei ϑ der Neigungswinkel der beiden Flächen des Blättchens gegeneinander; derselbe ist sehr klein, was ebenso zu berücksichtigen ist wie die Kleinheit der oben bezeichneten Grössen; ferner sei φ der Winkel, welchen die Ebene des Winkels ϑ mit der XY -Ebene (der Ebene des Neigungswinkels der Linsenaxe gegen die Vorderfläche des Blättchens) bildet, und zwar möge derselbe positiv gerechnet werden im Sinne einer Drehung um die Normale der Vorderfläche des Blättchens, welche gleichgerichtet ist einer Drehung um die positive Z -Axe, wodurch die positive X -Axe auf dem kürzesten Wege in die Lage der positiven Y -Axe übergeführt wird; dann bestehen zwischen ABC und den neu eingeführten Winkeln die Gleichungen:

$$(2) \quad \begin{cases} A = \cos \alpha - \sin \alpha \cos \varphi \vartheta - \frac{1}{2} \cos \alpha \vartheta^2 \\ B = \sin \alpha + \cos \alpha \cos \varphi \vartheta - \frac{1}{2} \sin \alpha \vartheta^2 \\ C = \sin \varphi \vartheta \end{cases}$$

In Betreff der Einzelheiten der Rechnung verweise ich auf meine frühere Abhandlung und führe von den Resultaten hier zunächst diejenigen an, welche sich auf den Verlauf der Lichtstrahlen beziehen. Es sind das die Formeln, welche die Coordinaten $\xi \eta \zeta$ des Ausgangspunktes (von der Lichtquelle) eines auf die angegebene Weise durch seine Durch-

schnittpunkte mit dem Schirm und der Hinterfläche der Linse bestimmten Strahls angeben, nämlich:

$$(3) \quad \begin{cases} \xi = a \cos 2\alpha + \sin 2\alpha (F\eta_2 + G\eta - hH) \\ \eta = a \sin 2\alpha - \cos 2\alpha (F\eta_2 + G\eta - hH) \\ \zeta = -F\zeta_2 - G\zeta + hJ, \end{cases}$$

worin zur Abkürzung gesetzt ist:

$$(3_a) \quad \begin{cases} F = (a+b)f - 1, & f = (n_1 - 1) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) - \frac{1}{c}, \\ G = \frac{a+b}{c}, & H = \frac{\sin 2\alpha}{w} D + \frac{2w a \cos \varphi}{\cos \alpha} \vartheta, \\ J = 2w \sin \varphi \cdot a \cdot \vartheta. & w = \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \end{cases}$$

In diesen Formeln sind nur die kleinen Grössen erster Ordnung aufgenommen, da wir für unseren Zweck die höheren nicht bedürfen. Etwas bequemer werden sie noch, wenn wir das Coordinatensystem um den Winkel 2α um die Z -Axe drehen, sodass die X -Axe senkrecht zur Ebene der Lichtquelle und die YZ -Ebene ihr parallel wird. Bezeichnen wir die Coordinaten der Punkte der Lichtquelle durch $\xi_1 \eta_1 \zeta_1$, so folgt aus (3):

$$(4) \quad \xi_1 = a, \quad \eta_1 = -F\eta_2 - G\eta + hH, \quad \zeta_1 = -F\zeta_2 - G\zeta + hJ.$$

Das gesammte, in einem bestimmten Punkt $\eta \zeta$ des Schirmes sich vereinigende Strahlenbündel wird von den Strahlen begrenzt, welche den Rand des Diaphragmas berührt haben, für welche also die Gleichung gilt;

$$\eta_2^2 + \zeta_2^2 = r^2,$$

wenn durch r der Radius des Diaphragmas bezeichnet wird. Der hierdurch bestimmte Kegel rückwärts durch die verschiedenen Brechungen und Reflexionen bis zur Lichtquelle verfolgt, umgrenzt auf dieser die Punkte, welche überhaupt Strahlen nach dem gedachten Punkte des Schirmes senden; die Gleichung der Grenzlinie für h mal durch das Blättchen gegangene Strahlen ergibt sich durch Einsetzung der Werthe von $\eta_2 \zeta_2$ aus (4) in die letzte Gleichung zu:

$$(5) \quad (\eta_1 + G\eta - hH)^2 + (\zeta_1 + G\zeta - hJ)^2 = r^2 F^2.$$

Es ist das die Gleichung eines Kreises vom Radius rF und den Mittelpunktscoordinaten $hH - G\eta$ und $hJ - G\zeta$.

Lassen wir h alle für dasselbe möglichen Werthe $0\ 1\ 2\ \dots$ durchlaufen, so repräsentirt (5) ein System von Kreisen gleichen Halbmessers, von denen jeder einzelne diejenige Fläche der Lichtquelle begrenzt, von welcher sovielmals durch das Blättchen gegangene Strahlen zum Punkte $\eta\zeta$ des Schirmes gelangen, als der ihm zukommende Zahlenwerth von h beträgt. Diese Kreise fallen im allgemeinen zum Theil übereinander, und es ist klar, dass von einem jeden Punkte der Lichtquelle gerade so viel Strahlen nach dem Punkte $\eta\zeta$ des Schirmes gelangen, als Kreise des Systems (5) in ihm übereinander fallen. Die Mittelpunkte des Systems liegen auf einer geraden Linie, welche mit der Axe der z_1 einen Winkel macht, dessen Tangente gleich H/J ist, und welche durch den Punkt mit den Coordinaten $-G\eta$ und $-G\zeta$ hindurchgeht. Der Abstand zweier nächstbenachbarten Mittelpunkte ist gleich $\sqrt{H^2 + J^2}$, und daraus ergibt sich leicht die grösste Anzahl der Kreise, welche übereinander fallen können; sie ist gleich derjenigen ganzen Zahl, welche am nächsten unter dem Quotienten des Durchmessers $2rF$ durch die eben abgeleitete Wurzelgrösse liegt. Dies ist also auch die grösste Anzahl der Strahlen, die von einem Punkte der Lichtquelle zu dem Punkte $\eta\zeta$ des Schirmes gelangen können. Diejenigen Punkte der Lichtquelle, welche eine und dieselbe Anzahl von Strahlen zu dem gedachten Punkte senden, werden jedesmal durch zwei Kreise des Systems (5) von den anderen abgegrenzt.

Zur näheren Erläuterung ist die Fig. 1 Taf. V beigelegt. In derselben bedeutet $abcd$ ein Stück der Lichtquelle, welche nach unseren oben gemachten Annahmen als unbegrenzte Ebene gedacht wird, die auf OO' senkrecht steht; $efgh$ ist das keilförmige Blättchen, und zwar ist angenommen, dass die Kanten ef und gh der Schärfe des Keils parallel gerichtet und die letztere ihr am nächsten gelegen sei. ON ist die Normale auf die Vorderfläche des Blättchens, dieselbe liegt in der XY -Ebene und halbt den Winkel zwischen OO' und der X -Axe, sodass $O'ON = NOX = \alpha$ ist, $iklm$ stellt die Oeffnung des Diaphragmas der Linse dar, $nopq$ den Schirm, der die Interferenzerscheinung auffangen soll. In

der F
skizzir
Schirm
der B
und d
keit d
selben
Punkt
durch
aus w
in ein
System
reflect
System
der H
die Vo
wieder
quelle
System
chens
welche
Figur
Ellipse
system
selbst;
Strahle
quelle
teren, d
 $q_1\ q_2\ \dots$
zur Du
parallel
schiebe
daher l
schiebe
weshalb
geneigt
oben g
welche

der Figur ist nun versucht, den Gang der Lichtstrahlen zu skizziren, welche sich in einem beliebigen Punkte P des Schirmes vereinigen. Wir wollen der grösseren Einfachheit der Beschreibung wegen den Punkt P als leuchtenden Punkt und die Strahlen von ihm ausgehend denken, in Wirklichkeit durchlaufen die nach P gelangenden Strahlen dann dieselben Wege, nur in entgegengesetzter Richtung. Von dem Punkte P geht also ein Strahlenkegel aus, derselbe wird durch die Linse nach P' hin gebrochen, divergirt von da aus wieder und trifft die Vorderfläche des dünnen Blättchens in einer Ellipse (der ersten des in der Figur gezeichneten Systems), wird hier zum Theil nach der Lichtquelle hin reflectirt, welche er in dem ersten Kreise des gezeichneten Systems trifft, zum Theil in das Blättchen gebrochen, an der Hinterfläche desselben nach vorn zurückgeworfen, trifft die Vorderfläche in der zweiten Ellipse, spaltet sich hier wieder in zwei Theile, von denen der eine nach der Lichtquelle hin austritt und auf dieser den zweiten Kreis des Systems bildet, der andere nach der Hinterfläche des Blättchens und dort wieder zur Vorderfläche reflectirt wird, welche er in der dritten Ellipse trifft, und so fort. In der Figur ist ein Theil des so auf dem Blättchen entstehenden Ellipsen- und des auf der Lichtquelle entstehenden Kreisystems gezeichnet, die weitere Fortsetzung ergibt sich von selbst; es sind ferner die Punkte, in denen die Axe des Strahlenkegels die Vorderfläche des Blättchens und die Lichtquelle trifft, angegeben, die ersteren durch $p_1 p_2 \dots p_8$, die letzteren, die die Mittelpunkte der betreffenden Kreise bilden, durch $q_1 q_2 \dots q_8$ bezeichnet. Die Punkte $p_1 \dots p_8$ liegen auf einer zur Durchschnittslinie des Blättchens und der XY -Ebene parallelen Geraden, denn man findet leicht, dass die Unterschiede ihrer Z -Coordinationen kleine Grössen zweiter Ordnung, daher hier zu vernachlässigen sind; dagegen sind diese Unterschiede bei den Punkten $q_1 \dots q_8$ von der ersten Ordnung, weshalb die sie verbindende Gerade gegen die XY -Ebene geneigt ist; die Tangente ihres Winkels mit der Z -Axe ist oben gleich H/J gefunden. Alle Punkte der Lichtquelle, welche überhaupt Strahlen nach dem Punkte P des Schirmes

senden, sind also in dem angegebenen Kreissysteme enthalten, und, wie schon oben hervorgehoben, sendet ein jeder Punkt gerade so viel Strahlen nach P , als Kreise des Systems in ihm übereinander fallen. Wir wollen solche von einem Punkte der Lichtquelle ausgehende und zu einem Punkte des Schirmes gelangende Strahlen als zusammengehörige bezeichnen. Nun können aber von allen den in einem Punkte des Schirmes sich vereinigenden Strahlen nach einem bekannten Satze der Interferenzlehre immer nur die zusammengehörigen untereinander interferiren. Es handelt sich daher wesentlich um die Bestimmung des Gangunterschiedes solcher Strahlen; dies ist ein Hauptpunkt, dessen Bedeutung für die Auflösung unseres Problems früher nicht genügend beachtet worden ist. Zur Auffindung der Lage der durch einen Punkt S (mit den Coordinaten $\eta_1 \zeta_1$) der Lichtquelle und einen Punkt P (mit den Coordinaten $\eta \zeta$) des Schirmes bestimmten zusammengehörigen Strahlen sind die Gleichungen (4) zu benutzen. Dieselben liefern die Coordinaten $\eta_2 \zeta_2$ des Durchtritts der Strahlen durch die Hinterfläche der Linse für die verschiedenen Werthe $0 \ 1 \ 2 \dots$ von h , wenn $\eta_1 \zeta_1 \eta \zeta$ als bekannt vorausgesetzt werden. So sind die in der Figur angegebenen Punkte $t_1 \dots t_4$ bestimmt. Man erkennt leicht, dass die Verbindungslinie derselben mit der Z -Axe denselben Winkel bildet, wie die Verbindungslinie der Mittelpunkte des Kreissystems (5). Bezeichnet man durch $\eta_2 \zeta_2$ die Coordinaten des h mal, durch $\eta_2' \zeta_2'$ die des k mal durch das Blättchen gegangenen Strahls, so ergibt (4):

$$(6) \quad \eta_2 - \eta_2' = (h - k) \frac{H}{F}, \quad \zeta_2 - \zeta_2' = (h - k) \frac{J}{F},$$

Gleichungen, welche die Coordinaten des Durchtritts eines Strahls durch die eines anderen mit ihm zusammengehörigen auszudrücken gestatten. Die Austrittspunkte aus dem dünnen Blättchen ergeben sich leicht durch Verbindung von $t_1 \dots t_4$ mit P' , sie sind in der Zeichnung weggelassen, um diese nicht zu sehr zu überladen; dagegen sind die Eintrittspunkte ($s_1 \dots s_3$) in das Blättchen angegeben, welche sich leicht durch Gl. (27) meiner früheren Abhandlung oder auch durch

eine einfache geometrische Betrachtung, auf die ich nicht näher eingehen will, finden lassen.

Bezeichnen wir nun den Gangunterschied zweier zusammengehöriger Strahlen durch Δ , so ergibt sich:

$$(7) \quad \left\{ \begin{array}{l} \Delta = 2(h-k)wD \\ + (h-k) \left[H_2 \eta_2 + J_2 \zeta_2 + \frac{H_1}{c} \eta + \frac{J_1}{c} \zeta + (h-k)K \right], \end{array} \right.$$

worin h und k die Zahlen sind, welche die Anzahl der Durchgänge durch das Blättchen für den ersten und den zweiten Strahl angeben, $\eta_2 \zeta_2$ sich auf den ersten Strahl beziehen und zur Abkürzung:

$$(7_a) \quad \left\{ \begin{array}{l} H_1 = \frac{\sin 2\alpha}{w} D - 2w \frac{\cos \varphi}{\cos \alpha} b \vartheta, \quad J_1 = -2w \sin \varphi \cdot b \vartheta, \\ H_2 = \frac{\sin 2\alpha}{w} fD - 2w \frac{\cos \varphi}{\cos \alpha} (bf-1) \vartheta, \\ J_2 = -2w \sin \varphi \cdot (bf-1) \vartheta, \quad K = -\frac{1}{2F} (H_2 H + J_2 J) \end{array} \right.$$

gesetzt ist. — Wäre die Bestimmung von Δ bis auf Grössen, welche gegen die Wellenlänge des Lichtes verschwinden, genau, so könnten wir mittelst (7) die von der betreffenden Reihe zusammengehöriger Strahlen in P erzeugte Lichtintensität bestimmen und dann durch Summation der von sämtlichen Reihen herrührenden die Gesamtintensität in P finden. Durch Variation von $\eta \zeta$ in dem so erhaltenen Ausdruck würde sich dann die Intensität für die verschiedenen Punkte des Schirmes, d. h. die auf demselben entstehende Interferenzerscheinung ergeben. Allein die in (7) enthaltenen (in der viereckigen Klammer zusammengefassten) Glieder der zweiten Ordnung sind im Allgemeinen gross gegen eine Wellenlänge, häufig sehr vielmal grösser, sodass die der dritten Ordnung nicht als verschwindend betrachtet werden dürfen. Wir können daher den angedeuteten directen Weg hier nicht betreten und müssen uns mit einem allerdings nicht ganz so strengen Verfahren begnügen, das aber doch, wie mir scheint, genügende Sicherheit für die Ableitung der hauptsächlichsten Gesetze der auftretenden Interferenzerscheinungen bietet.

Fassen wir die Punkte der Lichtquelle ins Auge, welche

auf einer von zwei nächstbenachbarten Kreisen des Systems begrenzten Fläche liegen, so senden diese alle die gleiche Anzahl Strahlen nach P , von denen die entsprechenden gleich oft durch das Blättchen gegangen sind, die Verschiedenheit in den von diesen Punkten erzeugten Intensitäten hängt daher wesentlich von dem Werth des in (7) enthaltenen Ausdrucks:

$$(8) \quad H_2 \eta_2 + J_2 \zeta_2$$

ab. Setzen wir denselben gleich einer Constanten, so wird dadurch eine gewisse Gerade in der Ebene des Diaphragmas bestimmt, und nur diejenigen Punkte, deren entsprechende Strahlen durch diese Gerade gehen, können dieselbe Intensität in P hervorbringen. Lassen wir die Gerade durch Variiren der Constante den ganzen von den betreffenden Strahlen im Diaphragma eingenommenen Raum durchlaufen, so erhalten wir andere und andere Werthe für die Intensitäten, welche die jedesmal durch sie gehenden Strahlen erzeugen. Bezeichnen wir dabei durch m die Entfernung der Geraden in ihren beiden äussersten Lagen, so ist nach bekannten Sätzen der analytischen Geometrie die Differenz (M) der Werthe von (8):

$$(9) \quad M = m \sqrt{H_2^2 + J_2^2}.$$

Je grösser dieser Ausdruck, um so wechselnder sind die Intensitäten. Da dasselbe nun auch bei allen benachbarten Punkten auf dem Schirme stattfindet, so erkennt man, dass bei einer einigermaßen beträchtlichen Grösse des Ausdrucks (9) keine Interferenzerscheinung wahrnehmbar sein kann, und dass dieselbe am deutlichsten auftritt, wenn er einen möglichst kleinen Werth hat. Seine Grösse ist bei gegebener gegenseitiger Lage von Lichtquelle, Blättchen und Linse abhängig von der Entfernung c des Schirmes von der Linse, und wir wollen suchen, für welchen Werth c_0 von c der Minimalwerth von M eintritt. Das ist gleichbedeutend mit der Frage: auf welchen Punkt müssen wir unser Instrument einstellen (das Auge accommodiren), um die Interferenzstreifen möglichst deutlich zu sehen? — Von c hängt in M nur das in H_2 und J_2 enthaltene f ab

[vgl.
des P
der I
 f_0 für
erhalt

(10)

und d
vom I

(11)

M
nicht
ferenz
Beträ
zuglei
wird
mit g
const
ändern
oder
jedoch
der be
samm
der d
(12)

überg
chen
aus d
 $\varphi = 0$
Einset
Ausdr

[vgl. (7_a) und (3_a)], dessen reciproker Werth die Entfernung des Punktes, auf welchen das Instrument eingestellt ist, von der Linse bedeutet; wir können daher unmittelbar den Werth f_0 für f aufsuchen, für welchen M ein Minimum wird. Wir erhalten hierfür:

$$(10) \quad f_0 = -2 \frac{\frac{\cos \varphi}{\cos \alpha} H_1 + \sin \varphi J_1}{H_1^2 + J_1^2} w \vartheta,$$

und damit für die Entfernung E des betreffenden Punktes vom Blättchen:

$$(11) \quad \left\{ \begin{aligned} E &= b - \frac{1}{f_0} = \frac{1}{2 w^2 \vartheta} \frac{\sin 2\alpha D H_1}{\frac{\cos \varphi}{\cos \alpha} H_1 + \sin \varphi J_1} \\ &= \frac{\sin \alpha}{w^2} \frac{b w^2 \cos \varphi - \sin \alpha \cos^2 \alpha \frac{D}{\vartheta}}{b w^2 (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha \cos^2 \varphi) - \sin \alpha \cos \varphi \frac{D}{\vartheta}} \cdot \frac{D}{\vartheta}. \end{aligned} \right.$$

Man sieht hieraus, dass man im Allgemeinen durchaus nicht auf das Blättchen zu accommodiren hat, um die Interferenzerscheinung deutlich zu erhalten; nur bei senkrechter Betrachtung ist dies immer der Fall, da dann mit $\sin \alpha$ zugleich E Null wird; bei schiefer Daraufsehen dagegen wird E häufig sehr gross, eine Thatsache, die man schon mit geeignet gewählten Deckgläschen in Natriumlicht leicht constatiren kann. — Die Streifen scheinen ihren Ort zu ändern, wenn man sich auf der X -Axe dem Blättchen nähert oder von ihm entfernt, denn E ist von b abhängig; wenn jedoch $\varphi = 0$ ist, d. h. wenn die Ebene des Neigungswinkels der beiden Flächen des Blättchens mit der XY -Ebene zusammenfällt, so verschwindet b in dem obigen Ausdruck, der dann in:

$$(12) \quad \frac{\sin \alpha \cos^2 \alpha D}{w^2 \vartheta}$$

übergeht; in der hierdurch bestimmten Entfernung vom Blättchen erscheinen jetzt unverändert die Streifen, man mag sie aus der Nähe oder aus der Ferne betrachten. — Der Fall $\varphi = 0$ ist noch in anderer Beziehung bemerkenswerth. Durch Einsetzung des in (10) bestimmten Werthes von f in dem Ausdruck (9) für M wird dieses ein Minimum und geht über in:

$$(13) \quad M_0 = 2m \frac{\sin 2\alpha \sin \varphi}{\sqrt{H_1^2 + J_1^2}} D \vartheta.$$

Für schief auf das Blättchen fallendes Licht wird M_0 nur gleich Null, wenn $\varphi = 0$ ist; es ist deshalb nur dadurch möglich, volle Gleichheit der von den oben betrachteten verschiedenen Punkten der Lichtquelle herrührenden Intensitäten herzustellen. Daher wird im Allgemeinen die Interferenzerscheinung in diesem Falle am schärfsten sein.

Die Gleichung (7) lässt weiter erkennen, dass in verschiedenen benachbarten Punkten des Schirmes nur dann gleiche Intensität herrschen kann, wenn sie auf einer durch die Gleichung:

$$(14) \quad \frac{H_1}{c} \eta + \frac{J_1}{c} \zeta = \text{Const.}$$

bestimmten Geraden liegen.¹⁾ Daraus folgt, dass die Interferenzerscheinung aus geradlinigen Streifen bestehen muss, welche mit der Axe der η einen Winkel ψ einschliessen, dessen Tangente:

$$(15) \quad \text{tg } \psi = - \frac{H_1}{J_1} = \frac{\sin 2\alpha}{2w^2 b \sin \varphi} \cdot \frac{D}{\vartheta} - \frac{\cos \varphi}{\cos \alpha \sin \varphi}$$

ist. Diese Gleichung spricht eine eigenthümliche und auf den ersten Blick sehr auffallende Eigenschaft der Interferenz-

1) Dieser Schluss bedarf vielleicht einer etwas näheren Begründung, die hier gegeben werden soll. Die Gleichungen (6) zeigen, dass sowohl die gegenseitige Entfernung der Durchtrittspunkte zusammengehöriger Lichtstrahlen durch die Hinterfläche der Linse als auch die Richtung ihrer Verbindungslinie ganz unabhängig ist von den Coordinaten der Punkte S und P . Die Coordinaten der Durchtrittspunkte aller der Reihen zusammengehöriger Strahlen, die nach einem Punkte des Schirmes gelangen, sind also dieselben wie die nach einem beliebigen anderen Punkte des Schirmes gelangenden. Für zwei durch dieselben Linsenspunkte gegangene Strahlenreihen haben aber die beiden ersten Glieder in der viereckigen Klammer der Gl. (7) denselben Werth, und wählen wir die beiden Convergenzpunkte auf dem Schirm so, dass sie der Gl. (14) genügen, so sind die Gangunterschiede entsprechender Strahlen in beiden Reihen gleich; das aber ist die Bedingung für die Erzeugung gleicher Intensität durch diese Strahlenreihen. Da nun dasselbe Verhältniss bei allen vorkommenden Strahlenreihen stattfindet, so ergibt sich der oben gezogene Schluss, wenigstens wenn wir von den speciellen Fällen absehen, wo die Glieder der zweiten Ordnung verschwinden.

streif
Dicke
Gleich
ander
wechs
Blät
leide
Verla
kleine
sehr
das I
dann
- cos
gegen
wohnt
N
λ des
* aller
ganze
ungeä
ferenz

(16)

für gr

A

eine F
rung d
den L
V
ersten
zunäch
einand
Blättel

streifen aus. Man ist gewohnt, dieselben den Stellen gleicher Dicke der sie erzeugenden Blättchen folgen zu sehen, die Gleichung (15) sagt aus, dass das allgemeine Gesetz ein ganz anderes ist. Da b darin vorkommt, so ändert sich ψ mit wechselndem Werth von b , d. h. nähert man sich dem Blättchen, oder entfernt man sich von ihm, so erleiden die Streifen eine Drehung, und zwar ist der Verlauf näher der folgende: für im Verhältniss zu D/ϑ sehr kleine Werthe von b wird $\tan \psi$ bei schief einfallendem Licht sehr gross, die Streifen laufen der Z -Axe nahezu parallel, das Blättchen mag übrigens liegen, wie es will; wächst dann b , so nähert sich $\tan \psi$ immer mehr dem Werthe $-\cos \varphi / \cos \alpha \sin \varphi$, die Streifen nehmen, wenn b sehr gross gegen D/ϑ ist, die Lage an, in der man sie zu sehen gewohnt ist.

Nimmt die Constante in Gleich. (14) um die Wellenlänge λ des Lichtes zu oder ab, so ändern sich die Wegdifferenzen aller einzelnen interferirenden Strahlen nach (7) um eine ganze Anzahl von Wellenlängen, die Intensität bleibt also ungeändert. Daraus ergibt sich die Breite A der Interferenzstreifen auf dem Schirm nach den bekannten Sätzen zu:

$$(16) \quad \left\{ \begin{aligned} A &= \frac{\lambda c_0}{\sqrt{H_1^2 + J_1^2}} \\ &= \frac{\lambda \cdot \sqrt{H_1^2 + J_1^2}}{(n_1 - 1) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) (H_1^2 + J_1^2) + 2w\vartheta \left(\frac{\cos \varphi}{\cos \alpha} H_1 + \sin \varphi J_1 \right)} \end{aligned} \right.$$

für grosse b folgt daraus:

$$A = \frac{\lambda}{2w\vartheta} \left(b(n_1 - 1) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) - 1 \right)^{-1} \left(\frac{\cos^2 \varphi}{\cos^2 \alpha} + \sin^2 \varphi \right)^{-\frac{1}{2}}$$

eine Formel, in welcher das bekannte Gesetz der Veränderung der Streifenbreite mit wechselnder Schiefe des einfallenden Lichtes enthalten ist.

Vorstehendes sind die hauptsächlichsten Resultate meiner ersten oben citirten Abhandlung. Dieselben beziehen sich zunächst auf ein dünnes, von zwei einen kleinen Winkel miteinander einschliessenden Ebenen begrenztes (ein keilförmiges) Blättchen, lassen sich aber auch leicht zur Herleitung der

Interferenzerscheinungen benutzen, welche anders gestaltete Blättchen zeigen, wenn wir diese als aus keilförmigen Elementen zusammengesetzt betrachten dürfen. — Die Herren Sohncke und Wangerin sprechen in ihrer gleichfalls oben citirten Abhandlung „Neue Untersuchungen über die Newton'schen Ringe“ die Ansicht aus, dass eine solche unmittelbare Anwendung meiner Formeln auf dies Phänomen nicht möglich sei; und es war das einer der Gründe, die sie veranlassten, dem experimentellen Theile ihrer Arbeit einen ausführlichen theoretischen hinzuzufügen. Es ist das dann richtig, wenn der Abstand der beiden Flächen, welche die die Ringe erzeugende Schicht begrenzen, ein verhältnissmässig beträchtlicher ist, und man, wie ich es gethan habe, die successiven Reflexionen im Inneren des Blättchens mit in Rechnung zieht; dann darf man die Reflexionspunkte auf der Kugelfläche nicht mehr als in einer Tangentialebene liegend betrachten. In dem Fall jedoch, welchen allein Hr. Sohncke dem Experiment und Hr. Wangerin der Rechnung unterworfen hat, wo sich jene beiden Flächen berühren, sind wir berechtigt, meine Formeln unmittelbar anzuwenden, indem wir jedesmal der Kugelfläche die entsprechende tangirende Ebene substituiren; die dabei vernachlässigten Glieder sind dann klein gegen die beibehaltenen. Ich werde gleich bei der Reproduction des wesentlichsten Inhalts meiner zweiten erwähnten Abhandlung die betreffende Entwicklung geben. Es wurde aber diese Abhandlung hauptsächlich geschrieben, um einem anderen, schwereren Irrthum des Hrn. Wangerin entgegenzutreten; derselbe glaubte, die Theorie auf wesentlich einfacherer Grundlage entwickelt zu haben und die durchaus anderen Resultate, welche er bei Anwendung seiner Methode auf keilförmige Blättchen erhielt, den meinigen als die richtigen entgegenstellen zu dürfen. Dem gegenüber habe ich nachgewiesen, dass Grundlage und Resultate der Wangerin'schen Theorie falsch sind.

Ich will hier die Bemerkungen, welche ich in meiner Schrift (p. 6—16) über den experimentellen Theil der besprochenen Arbeit gemacht habe, nur kurz erwähnen und in dieser Beziehung dorthin verweisen, um so mehr, als ich die

Sorg
anzu
jetzt
des
bare
Berü
eben
Hrn.
sie f
Linie
genar
und
den
Sohn
konnt
Wert
nicht
besse
ihre
träch
der
meine
Stelle
als di
klein,
ist. —
axe p
rungs
meine
beiden
rende
parall
glaub
wieser
Schlus
Hr. S
Beoba
anwen

Sorgfalt, mit der die Beobachtungen gemacht sind, durchaus anzuerkennen habe. Das erste und für die Theorie in ihrer jetzigen Gestalt weitaus wichtigste experimentelle Resultat des Hrn. Sohncke bezieht sich auf die Lage der scheinbaren Interferenzorte in der centralen (d. h. der durch den Berührungspunkt von Linse und Platte gehenden) Einfallsebene. Meine nachher abzuleitende Formel und die des Hrn. Wangerin geben in diesem Fall dasselbe Resultat, sie fordern eine gerade gegen die Gläsercombination geneigte Linie (von Sohncke und Wangerin die „Hauptgerade“ genannt). Die Beobachtungen stimmen hiermit gut überein und liefern auch für die Neigung dieser Geraden sehr nahe den berechneten Werth. Bin ich hierin mit den Herren Sohncke und Wangerin auch ganz einverstanden, so konnte ich doch die Art, wie sie die von ihnen angegebenen Werthe der Neigungswinkel aus den Beobachtungen ableiten, nicht als correct anerkennen; dieselben sind noch der Verbesserung bedürftig, die freilich meist gering sein und gewiss ihre Beweiskraft für die theoretische Formel nicht beeinträchtigt wird. — Bezüglich der Beobachtungen ausserhalb der centralen Einfallsebene habe ich nachgewiesen, dass meine Formel sich ihnen mindestens ebenso gut, an den Stellen der grössten Schärfe entschieden besser anschliesst als die des Hrn. Wangerin, doch sind die Differenzen so klein, dass eine Entscheidung aus ihnen nicht zu entnehmen ist. — In der centralen Querebene (d. h. der der Mikroskopaxe parallel, zur Einfallsebene senkrecht durch den Berührungspunkt von Linse und Platte gehenden Ebene) fordert meine Formel als Ort der deutlichsten Interferenz eine die beiden Flächen in ihrem gemeinschaftlichen Punkte berührende Ellipse, die des Hrn. Wangerin eine der Platte parallele Gerade (die „Quergerade“) und Hr. Sohncke glaubte, die Existenz dieser letzteren experimentell nachgewiesen zu haben. Ich habe jedoch gezeigt, dass dieser Schluss nicht in den Beobachtungen begründet ist, indem Hr. Sohncke an dieser Stelle die sonst überall benutzte Beobachtungsmethode verlässt und eine sehr viel ungenauere anwendet, und es ihm ausserdem entgangen ist, dass bei

einer Lichtquelle von beschränkter Ausdehnung die Stellung derselben einen wesentlichen Einfluss auf die Interferenzerscheinung ausübt. Diese Umstände bewirken, dass die Versuchsergebnisse nicht mit der Theorie verglichen werden können. Das Gleiche ist bezüglich der sehr dankenswerthen Beobachtungsreihen des Hrn. Sohncke über die Durchmesser der Ringe in der centralen Einfallsebene und der centralen Querebene der Fall. Hier liegt aber die Schuld an dem noch unvollkommenen Zustande der Theorie. Man könnte vielleicht glauben, aus der von mir oben für die Richtung der Streifen gegebenen Gleichung (15) eine Differentialgleichung der Ringe und daraus durch Integration ihre Gestalt und z. B. für einen gegebenen Querdurchmesser den zugehörigen Hauptdurchmesser ableiten zu können; allein in meinen bisherigen Entwicklungen sind überall die kleinen Grössen der dritten Ordnung vernachlässigt, in Beziehung auf diese tritt aber bei dem angedeuteten Verfahren eine Summation ein, sodass sie, wie man leicht findet, einen merklichen Einfluss auf das Resultat gewinnen. Hr. Wangerin, bei dessen Rechnung derselbe Umstand eintritt, versucht zwar, auch mit diesen Messungen seine Theorie zu stützen, hat dabei aber übersehen, dass die von ihm abgeleiteten Formeln recht ungenügend mit den Beobachtungen übereinstimmen.

Es ist schon mehrfach darauf hingewiesen, dass wir von den Interferenzerscheinungen der keilförmigen Blättchen unmittelbar zu den Newton'schen Ringen übergehen können, und zwar können wir aus Formel (11) mit Leichtigkeit die der Sohncke'schen Beobachtungsmethode, wobei ein Mikroskop parallel mit sich selbst über dem Blättchen umhergeführt wird, entsprechende Interferenzfläche¹⁾ ableiten für ein ein-

1) Ich bediene mich dieses auch von den Herren Sohncke und Wangerin gebrauchten Ausdrucks, ohne ihre Vorstellung damit zu verbinden, dass wirklich auf dieser Fläche (wenigstens so weit sie in Luft liegt) objectiv und unabhängig von dem beobachtenden Auge, Instrument u. s. w. grösste Schärfe der Interferenzerscheinung stattfindet. Ich verstehe nur darunter die Aneinanderreihung aller der Punkte, auf welche das Instrument eingestellt werden muss, um die Erscheinung möglichst deutlich zu zeigen.

zeln
fläch
einen
wir
men
Wir
nehm
Coor
punk
die
bilde
nach
senk
para

$E =$

wenn
dach
schar
in di
Gleich

$4(x^2$

Diese
finde
in W
der p
wird.
die
hängi
versch
gerin
die c
merk
mach
Rech

zernes von einer Ebene und einer sie berührenden Kugel-
fläche begrenztes Blättchen oder auch für die Combination
einer Linse mit darauf liegender planparalleler Platte, wenn
wir die Dicke dieser letzteren gleich Null anneh-
men. Den letzteren Fall wollen wir etwas näher betrachten.
Wir haben dann $n = 1$ zu setzen, wodurch $w = \cos \alpha$ wird;
nehmen wir ferner das von Hrn. Wangerin eingeführte
Coordinatensystem an, sodass für unseren Fall der Anfangs-
punkt in dem Berührungspunkte der beiden Flächen liegt,
die xy -Ebene, die obere ebene Fläche der Gläsercombination
bildet, die positive x -Axe in der Einfallsebene des Lichtes
nach der Lichtquelle hin gerichtet ist, die y -Axe auf ihr
senkrecht steht und die z -Axe nach oben dem Mikroskop
parallel verläuft, so haben wir zu setzen:

$$E = z, \quad \frac{D}{\vartheta} = \frac{1}{2} \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \cos \varphi = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad b = b_0 + z,$$

wenn b_0 die Entfernung des (aus einer Linse bestehend ge-
dachten) Objectivs des Mikroskops von dem Object bei
scharfer Einstellung bedeutet. Die Substitution dieser Werthe
in die obige Gleichung liefert nach einfacher Umformung als
Gleichung der Interferenzfläche:

$$4(x^2 + y^2 \cos^2 \alpha) z^2 + 4(b_0(x^2 + y^2 \cos^2 \alpha) - \sin \alpha \cdot x(x^2 + y^2))z - 2b_0 \sin \alpha \cdot x(x^2 + y^2) + \sin^2 \alpha (x^2 + y^2)^2 = 0.$$

Dieselbe ist also von der vierten, nicht (wie Hr. Wangerin
findet) von der dritten Ordnung; für sehr grosse b_0 geht sie
in Wangerin's Gl. (IV) (p. 226) über, wenn darin die Dicke
der planparallelen Platte ebenfalls gleich Null angenommen
wird. Ein Hauptunterschied unserer Formeln ist der, dass
die meinige von dem Abstände des Mikroskopobjectivs ab-
hängig ist, für hierin verschiedene Instrumente also eine
verschiedene Gestalt der Interferenzfläche fordert, die Wan-
gerin's dagegen nicht. In einem Falle aber, nämlich für
die centrale Einfallsebene ($y = 0$) liefern sie, wie schon be-
merkt, dasselbe Resultat, nämlich $2z = x \sin \alpha$.

Nachdem wir so gesehen haben, dass es bei den ge-
machten Annahmen in der That nur einer sehr einfachen
Rechnung zum Uebergange von meinen früheren Formeln zu

den für die Newton'schen Ringe gültigen bedarf, wollen wir nun die von Hrn. Wangerin aufgestellte Theorie selbst etwas näher betrachten.

Nachdem Hr. Wangerin hervorgehoben hat, dass die Berücksichtigung der Ausdehnung der Lichtquelle für die Theorie erforderlich sei, fährt er fort (p. 202):

„Die Ausdehnung der Lichtquelle ist zur Erklärung der durch ein keilförmiges Blättchen hervorgebrachten Interferenzerscheinungen schon von Hrn. Feussner herangezogen. Aber die Art und Weise, wie Hr. Feussner diesen Gedanken weiter verwerthet, scheint uns viel zu verwickelt und führt, wie wir glauben, nicht zu richtigen Resultaten (vgl. den Anhang.)¹⁾ Zunächst ist es unnöthig, wie Hr. Feussner es thut, die nach dem Durchgange durch eine Sammellinse auf einem Schirme stattfindende Interferenz zu untersuchen. Es genügt vollkommen, den Vorgang in demjenigen Punkte ins Auge zu fassen, auf welchen das Beobachtungsmikroskop eingestellt, resp. das Auge accommodirt ist. Denn zwei von einem Punkte ausgehende Strahlen haben bei ihrer Vereinigung auf dem auffangenden Schirm (resp. der Netzhaut) dieselbe Phasendifferenz, die sie in jenem Punkte hatten. Weiter unterscheidet sich die hier zu gebende Darstellung völlig von der des Hrn. Feussner durch das Princip, nach dem das Zusammenwirken der in einen Punkt der Netzhaut gelangenden Strahlen in Rechnung gezogen und damit die Frage beantwortet wird, auf welchen Punkt das Beobachtungsinstrument einzustellen ist, um die Interferenzerscheinung möglichst deutlich zu sehen. Für die Beantwortung dieser Frage glauben wir, ein sehr einfaches, natürliches und übersichtliches Princip gefunden zu haben.“ Um dieses „Princip“ auseinanderzusetzen, betrachtet Hr. Wangerin den Punkt in der Axe des Mikroskops, auf welchen dasselbe eingestellt ist. Wenn man mit Hrn. Wangerin nur die Strahlen berücksichtigt, welche an der Vorderfläche und die, welche nach einmaligem Durchlaufen des Blättchens an der Rückfläche reflectirt sind, so kann man — eben nach diesem

¹⁾ Näml. Sohneke u. Wangerin, Wied. Ann. 12. p. 246—249. 1881.

Unt
gehe
vere
zwei
Pun
Zu
nen
Pun
mite
„Paa
paar
sie a
der
einer
ande
Strah
aller
paar
also
ist, v
Weg
übrig
je na
ihres
oder
Hrn.
der s
viel z
tigen
her z
die In
Strah
unter
Comp

1)
Anzahl

Unterschied — die gesammte durch den angegebenen Punkt gehende und von dem Mikroskop wieder zu seinem Bilde vereinigte Strahlenmasse in zwei Theile zerlegen, welche zwei zusammenfallende Strahlenkegel mit der Spitze in jenem Punkte und der Basis in der Oeffnung des Objectivs bilden. Zu einem Strahl des einen Kegels findet sich im Allgemeinen¹⁾ in dem anderen einer, welcher mit ihm von demselben Punkte der Lichtquelle ausgegangen ist; diese beiden können miteinander interferiren und bilden ein zusammengehöriges „Paar“. Unter den unendlich vielen vorhandenen Strahlenpaaren greift nun Hr. Wangerin zwei heraus und bezeichnet sie als „Hauptpaare“, nämlich diejenigen, bei welchen einer der Strahlen in der Axe des Mikroskops verläuft. Bei dem einen Hauptpaar ist das ein an der Vorderfläche, bei dem anderen ein an der Hinterfläche des Blättchens reflectirter Strahl. „Als natürlichstes Princip für das Zusammenwirken aller Strahlenpaare bietet sich nun dies dar, dass die Hauptpaare in gleicher Weise berücksichtigt werden. Es wird also angenommen, dass die Interferenz dann am deutlichsten ist, wenn die Strahlen des einen Hauptpaares genau dieselbe Wegdifferenz besitzen wie die des anderen“ (p. 206). Die übrigen Paare sollen, wie Hr. Wangerin weiter annimmt, je nach der Uebereinstimmung oder Nichtübereinstimmung ihres Verhaltens mit den Hauptpaaren nur eine grössere oder geringere Schärfe der ganzen Erscheinung bewirken.

In den angeführten Stellen haben wir das Urtheil des Hrn. Wangerin über meine Theorie und die Grundlagen der seinigen. Hr. Wangerin findet, dass meine Behandlung viel zu verwickelt sei, und „glaubt“, dass sie nicht zu richtigen Resultaten führe. Auf das letztere komme ich nachher zurück; der erste Vorwurf bezieht sich darauf, dass ich die Interferenz der von dem dünnen Blättchen reflectirten Strahlen erst nach ihrem Durchgange durch eine Linse untersuche. Das sieht Hr. Wangerin als eine unnöthige Complication der Betrachtungen an. Er stützt diese Mei-

1) Genauer habe ich das oben mit Berücksichtigung einer beliebigen Anzahl von Reflexionen in dem Blättchen auseinandergesetzt.

nung darauf, dass „zwei von einem Punkte ausgehende Strahlen bei ihrer Vereinigung“ (durch eine Linse) „auf dem auffangenden Schirm (resp. Netzhaut) dieselbe Phasendifferenz haben, die sie in jenem Punkte hatten.“ Dieser auch wohl schon anderweit so oder ähnlich ausgesprochene Satz ist indessen falsch. Er gilt von der Wegdifferenz nur, so lange man nicht über die kleinen Grössen der dritten Ordnung hinaus geht, diese sind aber im Allgemeinen durchaus nicht klein gegen die Länge einer Lichtwelle, wesshalb bei der Bestimmung der Phasendifferenz die Grössen höherer Ordnung nicht vernachlässigt werden dürfen. Mit Berücksichtigung hiervon ergibt sich aber, dass das von einer Linse entworfene Bild einer Interferenzerscheinung unter Umständen von dieser selbst sehr verschieden sein kann; und das wird, wie ich gefunden habe, von der Beobachtung vollkommen bestätigt. So kann z. B. eine Interferenzerscheinung, die, direct von einem Schirme aufgefangen, aus geradlinigen Streifen besteht, durch eine Linse betrachtet als ein System von Kreisen erscheinen. — Allein ich will hier diesen Umstand gar nicht besonders betonen, denn hätte Hr. Wangerin sich so ausgedrückt: zwei von einem Punkte ausgehende Strahlen haben bei ihrer Vereinigung auf dem auffangenden Schirm unter Vernachlässigung der kleinen Grössen von höherer als der dritten Ordnung dieselbe Wegdifferenz, die sie in jenem Punkte hatten, so wäre nichts dagegen einzuwenden gewesen, und da wir beide in unseren bisherigen Arbeiten selbst die Grössen der dritten Ordnung vernachlässigen, so könnte es scheinen, als ob Hr. Wangerin Recht hätte. Allein auch in dieser Fassung ist der Satz nicht geeignet, den unmittelbar vorhergehenden: „Es genügt vollkommen, den Vorgang in demjenigen Punkte ins Auge zu fassen, auf welchen das Beobachtungsmikroskop eingestellt, resp. das Auge accommodirt ist“, zu stützen, wie er es soll. Hr. Wangerin begeht mit dieser Annahme ein Versehen, vor welchem ihn eine etwas aufmerksame Betrachtung der von mir gegebenen Formeln hätte bewahren können. Dieselben zeigen die Eigenthümlichkeit, dass die Entfernung b der Linse vom Blättchen nicht aus ihnen verschwindet, wenn

man auch das Glas der Linse durch Luft ersetzt ($n_1=1$ annimmt). Dieses auf den ersten Blick wohl paradoxe Verhalten rührt daher, dass die Linse nicht allein eine Brechung der Lichtstrahlen bewirkt, sondern dass sie auch (oder genauer das mit ihr verbundene Diaphragma) die auf den Schirm gelangenden und dort die Interferenzerscheinung erzeugenden Strahlen von den übrigen trennt; der Ort aber, wo dies geschieht, ist unter Umständen von wesentlichem Einfluss auf den Ort der grössten Deutlichkeit und die sonstigen Eigenschaften der Erscheinung. Diese Verhältnisse beachtet Hr. Wangerin gar nicht.

Es ist im Wesentlichen die Uebersetzung desselben Umstandes, welche Hrn. Wangerin zu dem zweiten Missgriff, der Aufstellung seines „Principis für das Zusammenwirken aller Strahlenpaare“ veranlasst; während in dem eben besprochenen Falle der Fehler etwas versteckter war, liegt er und die ganze Willkürlichkeit der Annahme hier so offen zu Tage, dass es schwer begreiflich ist, wie Hr. Wangerin so verfahren konnte. „Es wird also angenommen“, sagt er, „dass die Interferenz dann am deutlichsten ist, wenn die Strahlen des einen Hauptpaares genau dieselbe Wegdifferenz besitzen wie die des anderen.“ Daraus bestimmt er nachher den Ort der grössten Deutlichkeit und nimmt dann weiter an, dass der Einfluss der übrigen Strahlenpaare sich nur in der Schärfe der Erscheinung bemerklich mache. Indess bringt Hr. Wangerin für diese Annahme nicht den geringsten Beweis bei. Und nachdem er dann bei einer auf solchen Grundlagen ruhenden Theorie zu anderen Resultaten gekommen ist, als ich gefunden habe, so beachtet er nicht, dass ich mein Resultat schon als durch die Beobachtung bestätigt bezeichnet habe, sondern nimmt einfach an, dass ich Unrecht habe: „die Art und Weise, wie Hr. Feussner diesen Gedanken weiter verwerthet, führt, wie wir glauben, nicht zu richtigen Resultaten“.

Die Unrichtigkeit des Wangerin'schen „Principis“ lässt sich leicht mit Hilfe meiner Formel (9) direct nachweisen; man findet, dass der Werth von M , der, wie ich gezeigt habe, ein Minimum werden muss, bei Einsetzung des nach

diesem Princip bestimmten Ausdrucks für f stets grösser ist, als ich ihn in (13) finde, ausser wenn $\sin \varphi \cdot (\sin 2\alpha/w)(a+b)D$ gleich Null ist, wo beide einander gleich werden. Das ist bei den Newton'schen Ringen in der centralen Einfallsebene der Fall, und hier kommt Hr. Wangerin auch zu richtigen Ergebnissen.

Im Vorstehenden habe ich nur das Hauptsächlichste, die Grundlagen der Wangerin'schen Theorie besprochen; natürlich muss ich auch die meisten daraus abgeleiteten Sätze als unrichtig, die übrigen als falsch begründet erklären. Zum Theil sind sie so auffallender Art, dass es zu verwundern ist, dass Hr. Wangerin nicht dadurch auf die Unrichtigkeit seiner Theorie aufmerksam gemacht wurde. So z. B. der sonderbare Satz (p. 217), dass die mehrfach innerhalb des Blättchens reflectirten, miteinander interferirenden Strahlen Wegunterschiede von einer ganzen Zahl von Wellenlängen besitzen sollen, was mit Leichtigkeit als falsch nachzuweisen ist.

Das aber ist anzuerkennen, dass Hr. Wangerin selbst klar und scharf die Verschiedenheit der Resultate hervorhebt, die aus unseren beiderseitigen Theorien für ein keilförmiges Blättchen folgen. Er behandelt diesen Fall im im Anhang; nach Entwicklung der entsprechenden Gleichungen fährt er fort: „Aus diesen Gleichungen folgt, dass die Interferenzstreifen stets der Kante des Keils parallel sind“, und am Schluss: „Eine Drehung der Streifen aus dieser parallelen Lage heraus, wie sie Hr. Feussner aus seiner Theorie ableitet, ist mit unserer Theorie unvereinbar.“

Nun habe ich schon in meiner vorjährigen Arbeit angegeben, eine solche Drehung bei Mikroskopdeckblättchen beobachtet zu haben, und dieselbe auch in der damaligen Sitzung der Marburger naturforschenden Gesellschaft gezeigt. Es war das freilich kein Beweis für meine Formel, da die Grösse der Drehung der nicht genau ebenen Beschaffenheit dieser Deckblättchen wegen nicht mit derselben verglichen werden konnte. Ich bin aber jetzt in der Lage, den experimentellen Nachweis zu führen. Die folgenden Messungen

bezie
Hr.
W.
lasse
im
Win
Dies
schw
befes
Theo
dass
und
ein
einer
an e
kann
vom
zwise
besti
dass
passe
Strei
tiale
stim
Bild
Verti
geben
auch
nun
des
Einf
Strei
tiale
geste
ihr d
Fader
die d
rohrs

beziehen sich auf eine vorzüglich geschliffene Glasplatte, die Hr. Prof. Abbe in Jena die Güte hatte, in der optischen Werkstätte des Hrn. Zeiss daselbst für mich anfertigen zu lassen. Es ist eine keilförmige, runde Platte, deren Dicke im Mittelpunkt 0,250, deren Durchmesser 33 mm, deren Winkel $1' 54''$, und deren Brechungsindex 1,514 beträgt. Diese Platte war auf einem genau eben geschliffenen geschwärzten Messingklotz durch ein paar Wachströpfchen befestigt und wurde mit demselben auf die Alhidade eines Theodoliths, dessen oberer Theil entfernt war, so aufgesetzt, dass ihre Vorderfläche senkrecht auf der Drehungsaxe stand, und diese durch ihren Mittelpunkt ging. Auf dieselbe wurde ein kleines Beobachtungsfernrohr gerichtet, welches mit einem drehbaren Fadenkreuz versehen ist, dessen Drehung an einem Theilkreise mit zwei Nonien abgelesen werden kann. Die Entfernung der vorderen Fläche des Objectivs vom Mittelpunkte der Platte wurde zu 803,5 mm, der Winkel zwischen seiner Axe und der des Theodoliths zu $68^{\circ} 17' 5''$ bestimmt. Sodann wurde eine Natriumflamme so aufgestellt, dass die Platte ihr Licht in das Fernrohr reflectirte, bei passender Einstellung des letzteren erschienen dann die Streifen. Der Winkel ψ , den sie im Fernrohr mit der Verticalebene bilden müssen, ist oben durch Gleich. (15) bestimmt, während die Tangente des Winkels zwischen dem Bild einer zur Kante des Keils parallelen Geraden und der Verticalebene durch den Ausdruck $-\cos \varphi / \cos \alpha \cdot \sin \varphi$ gegeben ist; letzterer Winkel müsste nach Hrn. Wangerin auch der der Streifen sein. Bei den Beobachtungen wurde nun von der Stellung, wo $\varphi = 0$ ist, d. h. wo die Kante des Keils auf der Seite des Beobachters senkrecht auf der Einfallsebene steht, ausgegangen; hier machen auch die Streifen im Fernrohr einen Winkel von 90° mit der Verticalen. Nachdem ein Faden des Fadenkreuzes ihnen parallel gestellt war, wurde die Alhidade des Theodoliths und mit ihr die Platte um einen bestimmten Winkel α gedreht, der Faden wieder mit den Streifen zur Deckung gebracht und die dazu nöthige Drehung an dem Theilkreise des Fernrohrs abgelesen. Ich gebe in der folgenden Tabelle (p. 570)

die Resultate einiger solcher Messungen¹⁾; wenn auch — hauptsächlich einiger Unvollkommenheiten in der experimentellen Zusammenstellung wegen — in ihnen noch nicht die Genauigkeit erreicht ist, die erreicht werden kann, so genügen sie zur Entscheidung unserer Frage doch vollkommen.

φ	Winkel der Streifen beobachtet	Winkel der Streifen berechnet	Winkel der Keilkante
60	125,45°	125,45°	122,65°
80	162,85°	161,27°	154,52°
100	32,13°	31,55°	25,48°
120	59,75°	59,78°	57,35°

Handelt es sich bloß darum, die Drehung der Streifen experimentell nachzuweisen, ohne dass es auf Messungen ankommt, so kann man in einfacher Weise ein sehr in die Augen fallendes Resultat erhalten. Ich will den Versuch so beschreiben, wie ich ihn in der Sitzung der Marburger naturforschenden Gesellschaft (am 4. März d. J.) vorgeführt habe. Die eben beschriebene Glasplatte wurde mit dem Messingklötz, auf dem sie befestigt ist, vertical aufgestellt, sodass die Kante des Keils horizontal verlief. Dieser Kante parallel war nahe über der Platte ein dünner Draht gespannt und mit etwas Klebwachs an dem Klotze befestigt. In gleicher Höhe war in einer Entfernung von 5—6 m ein Fernrohr so aufgestellt, dass seine Richtung mit der Normalen der Platte einen Winkel etwa 60—70 Grad bildete. In demselben erschienen die Streifen dem Drahte vollkommen parallel, näherte man sich aber dann, mit freiem Auge beobachtend, der Platte bis zur deutlichen Sehweite, so bildeten die Streifen jetzt einen sehr erheblichen Winkel mit dem Drahte, wurde die Platte um ihre Normale um 180° gedreht, sodass die

1) In meiner in den Marburger Sitzungsberichten veröffentlichten Abhandlung war bei den als „berechnet“ angegebenen Werthen ein Fehler mit untergelaufen, indem bei ihrer Ableitung w statt w^2 in Formel (15) gesetzt war. Derselbe ist jetzt verbessert, und es stimmen nun die erste und die letzte Beobachtung, bei welchen auch die Streifen am schärfsten sind, vortrefflich mit der Rechnung überein. Bei den anderen Beobachtungen waren die Streifen ziemlich undeutlich, was wohl auch zu der weniger guten Uebereinstimmung beigetragen hat.

dünnere Seite nach oben gerichtet war, wenn es vorher die dickere war, oder umgekehrt, so wichen die Streifen um denselben Winkel nach der entgegengesetzten Seite vom Drahte ab, während sie ihm im Fernrohr natürlich unverändert parallel blieben.

II. Ueber die Dispersion des Aragonits nach arbiträrer Richtung; von Victor v. Lang.

(Aus dem 83. Bde. der Sitzungsber. der Acad. d. Wiss. II. Abth., vom 31. März 1881; mitgetheilt vom Hrn. Verf.)

I. Ich habe vor einiger Zeit¹⁾ ein horizontales Goniometer mit zwei concentrischen Axen beschrieben: die innere trägt Nonius und Prismmentisch, die äussere Kreis und Fernrohr. Die Collimatorspalte ist fest mit dem Massiv des Instrumentes verbunden. Unter anderen Vortheilen, die dieses Goniometer bietet, ist auch der, dass man damit leicht den Lichtstrahl senkrecht auf die erste Prismenfläche einfallen lassen kann. Ist nämlich R die Ablesung bei Beobachtung des von der ersten Prismenfläche reflectirten Bildes, S aber die Ablesung bei directer Anvisirung der Spalte, so braucht man das Prisma nur um den Winkel $90^\circ + \frac{1}{2}(R - S)$ zu drehen, um die gesuchte Stellung zu erhalten. Bei dieser Stellung wird der Lichtstrahl an der ersten Prismenfläche nicht gebrochen, und seine farbigen Bestandtheile haben auch im Prisma alle eine gemeinsame Wellennormale.

Dies gestattet, die Dispersion des Lichtes nach einer beliebigen Richtung eines doppeltbrechenden Krystalles zu untersuchen. Ich habe einen derartigen Versuch an einem Aragonitprisma ausgeführt, dessen eine Seite senkrecht zum Prisma (110) von $63^\circ 50'$ ist, während die andere Seite in der Zone (110,001) gegen die erste um beiläufig 30° geneigt ist. Letztere Fläche wurde nun zur Einfallfläche gemacht und Sonnenlicht senkrecht darauf fallen gelassen. Das Licht

1) V. v. Lang, Phil. Mag. (5) 7. p. 136. 1879.

durchsetzt dann den Aragonit in einer ganz allgemeinen Richtung und gibt beim Austritte aus demselben natürlich zwei Spectren, deren Dispersionsverhältnisse eben studirt werden sollten.

Eine Schwierigkeit bestand in der Politur der Flächen des Prismas. Von dem einen Optiker erhielt ich zwar das Prisma sehr schön polirt, aber mit convexen Flächen, der andere schliif wohl die Flächen eben, konnte sie aber nur höchst mangelhaft poliren. Zuletzt machte ich mich selbst daran, das Prisma mit Hülfe einer äusserst schwach matten Glastafel in den gewünschten Zustand zu bringen. Im ganzen ging dies auch ziemlich gut, nur würde die Herstellung der höchsten Politur noch längere Ausdauer erfordert haben. Die Folge war, dass ich die Linie *H* nicht mit Sicherheit beobachten konnte und mich auf die Bestimmung der Linien *a* — *G* beschränken musste.

II. Bestimmung des brechenden Winkels. Da im gegenwärtigen Falle der Prismenwinkel von der Temperatur abhängig ist, so wurden zuerst Bestimmungen desselben bei verschiedenen Temperaturen unternommen, um spätere Beobachtungen auf dieselbe Temperatur reduciren zu können. Die späteren Beobachtungen wurden jedoch erst angestellt, nachdem das Prisma von neuem geschliffen worden war, wodurch sich sein Winkel um ein Geringes änderte. Diese Aenderung ist jedoch auf die kleine Temperaturcorrection ohne Einfluss, und die gefundene Correction kann ohne weiteres auf die Beobachtungen des definitiven Winkels angewandt werden.

Folgendes sind die Mittel aus je drei Beobachtungen:

Datum	<i>t</i>	<i>A</i> beobachtet
1881 I. 8	15,4° C.	30° 35' 27"
9	17,6	46
10	18,7	56
11	20,2	36 10.

Werden diese Beobachtungen als lineare Function der Temperatur mit Hülfe der Methode der kleinsten Quadrate berechnet, so findet man:

$$A = 30^{\circ} 33' 8'' + 9''.t$$

und hieraus:

t	A berechnet	Beob.-Rechn.
15,4° C.	30° 35' 26,6''	-0,4''
17,6	46,4	+0,4
18,7	56,3	+0,3
20,2	9,8	-0,2

Die Uebereinstimmung zwischen Beobachtung und Rechnung ist also ganz befriedigend.

Zur Bestimmung des definitiven brechenden Winkels wurden folgende Beobachtungen angestellt, welche nach der vorhergehenden Formel auf die Temperatur von 17,5° C. reducirt wurden:

Datum	t	A	17,5° C.
1881 II. 15	17,1° C.	30° 28' 57	30° 28' 61''
15	17,1	46	50
17	16,8	57	63
17	16,7	57	64
21	19,0	29 13	59,5
21	17,7	28 59	57
21	17,0	54	49,5
		Mittel	30° 28' 58''.

Nahezu denselben Mittelwerth erhält man aber auch, wenn man aus den nicht reducirten Beobachtungen für t und A das Mittel nimmt, wie wir dies bei Bestimmung der Ablenkung zu thun gezwungen sind.

III. Bestimmung der Ablenkung. Die Bestimmung der Ablenkung für die verschiedenen Fraunhofer'schen Linien wurde in zwei Theile getheilt. Zuerst wurden nur die Unterschiede der Ablenkungen gegen die Linie D bestimmt, und dann erst der absolute Werth für diese Linie ermittelt. Da das Prisma doch nicht ganz vollkommen war, so war es nämlich bei Beobachtung des Spectrums wünschenswerth, das Beobachtungsfernrohr ganz wenig zu verstellen, um die grösste Schärfe der Linien zu erzielen. Nachdem aber das Fernrohr etwas verstellt war, konnte es nicht mehr zur Bestimmung des absoluten Werthes der Ablenkung dienen. Dieser konnte aber mit unverstelltem Fernrohre und mit Hülfe der Natriumflamme unabhängig von der Sonne zu beliebiger Zeit ermittelt werden.

Bei den nachfolgenden Beobachtungen über die Dispersion wurde also die erste Prismenseite nach angegebener

Methode senkrecht zum einfallenden Lichtstrahle gestellt. Die folgenden Zahlen sind Mittel aus je zwei Beobachtungsreihen, indem das Spectrum einmal vom rothen Ende her, dann umgekehrt gemessen wurde.

Langsamere Welle:

	1881. II. 15 17,0° C.	II. 21 17,8	II. 23 17,7	Mittel 17,5
<i>a</i>	-21' 9"	21' 7"	21' 3"	-21' 6"
<i>B</i>	17 11	17 7	17 2	17 7
<i>C</i>	12 26	12 17	12 26	12 23
<i>D</i>	0 0	0 0	0 0	0 0
<i>E</i>	+16 5	15 57	16 4	+16 2
<i>F</i>	20 10	29 56	30 4	30 3
<i>G</i>	57 0	56 56	56 43	56 53.

Schnellere Welle:

	1881. II. 15 17,1° C.	II. 21 17,8	II. 23 17,7	Mittel 17,5
<i>a</i>	-17' 33"	17' 24"	17' 34"	-17' 20"
<i>B</i>	14 20	14 18	14 8	14 15
<i>C</i>	10 25	10 11	10 20	10 19
<i>D</i>	0 0	0 0	0 0	0 0
<i>E</i>	+13 13	13 23	13 15	13 17
<i>F</i>	25 3	25 2	24 51	24 59
<i>G</i>	47 2	47 8	46 59	46 3.

Für die absoluten Werthe der Ablenkung der Linie *D* wurde gefunden:

	<i>t</i>	langsamere W.	schnellere W.
1881. II. 17	17,0° C.	28° 1' 31"	26° 0' 42"
17	16,8	1 40	1 3
21	19,0	0 33	0 7
21	17,1	1 36	1 7
Mittel	17,5	28° 1' 20"	26° 0' 45"

IV. Berechnung des Brechungsquotienten. Aus den vorhergehenden Beobachtungen erhält man für die Ablenkungen *A* der einzelnen Linien und für die daraus folgenden Werthe der Brechungsquotienten *n*:

Langsamere Welle			Schnellere Welle.		
	<i>A</i> ₁	<i>n</i> ₁		<i>A</i> ₂	<i>n</i> ₂
<i>a</i>	27° 40' 14"	1,674 573	<i>a</i>	25° 43' 15"	1,638 189
<i>B</i>	44 13	675 751	<i>B</i>	46 30	639 225
<i>C</i>	48 57	677 179	<i>C</i>	50 26	640 477
<i>D</i>	28 1 20	680 900	<i>D</i>	26 0 45	643 750
<i>E</i>	17 22	685 684	<i>E</i>	14 2	647 942
<i>F</i>	31 23	689 833	<i>F</i>	25 44	651 614
<i>G</i>	58 13	697 709	<i>G</i>	57 46 48	658 177

Es war mir im Anschlusse an frühere Rechnungen¹⁾ von Interesse, zu sehen, wie weit auch in diesem allgemeinen Falle die Cauchy'sche Dispersionsformel mit Beibehaltung dreier Glieder die Beobachtungen darzustellen im Stande wäre. Zur Berechnung verwandte ich wieder die von Ditscheiner gegebenen Werthe, nur für die Linie a , welche derselbe leider nicht beobachtete, benutzte ich die von van der Willigen gegebene Zahl 0,718 957 μ . Die Berechnung der Formel:

$$n = a + \frac{b}{\lambda^2} + \frac{c}{\lambda^4}$$

mit Hülfe der Methode der kleinsten Quadrate ergab folgende Werthe der Constanten:

	langsamere	schnellere Welle
$a \dots$	1,661 771 7	1,626 516 9
$b \dots$	0,006 583 450	0,006 102 143
$c \dots$	0,000 016 632 80	-0,000 040 397 80.

Rechnet man mit diesen Constanten die Brechungsquotienten zurück, so erhält man folgende Differenzen zwischen Beobachtung und Rechnung ($B - R$), wobei dieselben in Einheiten der sechsten Decimale ausgedrückt sind:

	langsamere	schnellere W.		langsamere	schnellere W.
$a \dots$	+ 2,6	+ 18,0	$E \dots$	+ 4,7	- 12,4
$B \dots$	- 27,6	- 24,7	$F \dots$	- 84,3	+ 8,2
$C \dots$	+ 29,8	+ 7,9	$G \dots$	+ 34,6	- 0,6.
$D \dots$	+ 40,5	+ 3,4			

Die Uebereinstimmung ist den vorstehenden Zahlen zufolge von derselben Art, wie ich sie bei der Berechnung der Beobachtungen Fraunhofer's am Flintglase Nr. 23 und am destillirten Wasser gefunden habe.

III. *Bemerkungen zu den Arbeiten des Herrn Lamansky über Fluorescenz; von Oscar Lubarsch.*

Die Polemik, welche Hr. Lamansky in Paris für die allgemeine Gültigkeit des Stokes'schen Gesetzes in

1) V. v. Lang, Wien. Ber. 82. p. 174. 1880.

Wied. Ann. fortführt¹⁾, zwingt mich, seine neuen Versuche wiederum einer Kritik zu unterwerfen; einmal, weil der Genannte meinen Namen bei Gelegenheit seiner letzten Notiz speciell erwähnt, und dann, weil seine Versuche jedenfalls früher angestellt sind als die letzten von Hrn. Lommel und mir selbst veröffentlichten.

Was zunächst die Bemerkungen des Hrn. Lamansky²⁾ über meine im Aprilheft 1880 veröffentlichte Abweisung seiner Versuche und der daraus gezogenen Folgerungen betrifft³⁾, so beschränkt sich Hr. Lamansky darauf, gegen meine Behauptung, er habe bei den genannten Versuchen die Dicke der fluorescirenden Schicht nicht berücksichtigt, seine eigenen Worte anzuführen: „Dans mes recherches, j'ai pris les fluides à différents états de concentration et en couches de différentes épaisseurs; le résultat a toujours été le même.“ Ich habe allerdings nie daran gezweifelt, dass Hr. Lamansky mit verschiedenen Dicken und Concentrationsgraden gearbeitet hat, aber über die wirkliche Dicke der fluorescirenden Schicht hat er gar keine Angaben gemacht, und darauf kommt es hierbei gerade an, weil man nur dann die absorbirende Wirkung der fluorescirenden Flüssigkeit auf das ausstrahlende Fluorescenzlicht beurtheilen könnte. Ausserdem war meine so angefochtene Behauptung ja nur eine von mir selbst als nebensächlich bezeichnete; nebensächlich, weil ich damit eben nur versuchte, für die notorischen Fehler der von Hrn. Lamansky erhaltenen Resultate eine Erklärung zu finden. Auf meinen eigentlichen Einwurf aber, nämlich die Nachweisung der Fehler selbst, hat Hr. Lamansky zu meinem Bedauern gar kein Wort der Erwiderung. Ich muss daher, indem ich auf die Ausführungen meines damaligen Aufsatzes verweise, meine dort aufgestellten Behauptungen in ihrem ganzen Umfange aufrecht erhalten. Was die neuere Arbeit des Hrn. Lamansky angeht, so beginnt derselbe damit, dass er für das auf die fluorescirende Flüssigkeit projecirte Spectrum den von Hagenbach, Lom-

1) Lamansky, Wied. Ann. 11. p. 908. 1880.

2) Lubarsch, Wied. Ann. 9. p. 665. 1880.

mel
Nam
„Flu
dem
trum
in e
nung
Meth
Meth
und
in e
man
Spec
stim
chara
von
bekan
chene
rende
man
achtu
Stoke
gerad
Spec
dessa
rende
aussie
schied
ist du
Stok
rung
sämme
Lam
von k
kleine
rer T
Angal
richtig
Ann.

mel und mir selbst im Einverständniss angenommenen Namen „fluorescirendes Spectrum“ verwirft und statt dessen „Fluorescenzspectrum“ setzt, also die Benennung, welche wir dem Spectrum des Fluorescenzlichtes (dem „derivirten“ Spectrum von Stokes) gaben. Die Behauptung ferner, dass die in einem Glasgefäss beobachtete Flüssigkeit die Erscheinungen nicht in derjenigen reinen Form zeigé, wie die Methode des Hrn. Lamansky, ist unrichtig; denn diese Methode zeigt, wie wir in der früheren Arbeit gesehen haben und weiter unten wieder sehen werden, die Erscheinungen in einem getrübten Zustande. Weiterhin gibt Hr. Lamansky an, „jedes Fluorescenzspectrum (fluorescirendes Spectrum) wäre vollkommen einfarbig und hätte eine bestimmte, für das Fluorescenzlicht des betreffenden Körpers charakteristische Farbe.“ Dies ist nach den Beobachtungen von Lommel und von mir selbst falsch und bezieht sich bekanntlich nur auf die von der Stokes'schen Regel abweichenden Körper, nicht aber auf die Mehrzahl der fluorescirenden Substanzen, welche jener Regel folgen. Hr. Lamansky hat sicher nicht überlegt, dass, wenn seine Beobachtung wirklich richtig wäre, dieselbe gerade gegen das Stokes'sche Gesetz sprechen würde; denn dieses verlangt ja gerade abweichende Färbung des fluorescirenden Spectrums in dem am wenigsten brechbaren Theile desselben. Die weitere Beobachtung, dass das fluorescirende Spectrum, von der Seite betrachtet, treppenartig aussieht, d. h. dass die verschiedenen Spectralfarben verschieden tief in die fluorescirende Flüssigkeit eindringen, ist durchaus nicht neu. Diese Erscheinung ist schon von Stokes in seiner ersten Untersuchung: „Ueber die Veränderung der Brechbarkeit des Lichtes“ angegeben und von sämmtlichen späteren Beobachtern besprochen worden. Hr. Lamansky sagt aber noch an dieser Stelle: „Die Strahlen von kleiner Wellenlänge (soll wohl heissen: die von Strahlen kleiner Wellenlänge erregten Strahlen) kommen aus grösserer Tiefe als die Strahlen von grösserer Wellenlänge.“ Diese Angabe zeigt, dass Hr. Lamansky noch weit von einer richtigen Vorstellung über das Wesen des vorliegenden Vor-

ganges entfernt ist; denn es ist allgemein bekannt, dass das stärkere oder schwächere Eindringen des erregenden Lichtes in die fluorescirende Flüssigkeit nur von der Absorptionsfähigkeit derselben für die betreffenden Strahlen, nicht aber von der Wellenlänge an sich abhängt, dass also z. B. die am stärksten absorbirten Strahlen fast gar nicht, dagegen die ihnen zu beiden Seiten benachbarten stärker eindringen. Das treppenartige Aussehen des fluorescirenden Spectrums entgeht dem Beobachter auch durchaus nicht, wie Hr. Lamansky meint, wenn man das Spectrum, statt auf die freie Oberfläche, auf eine Glaswand projecirt, hinter der die Flüssigkeit sich befindet; schon Stokes hat die vorliegende Erscheinung gerade auf diese Art beobachtet.¹⁾

Die nun folgenden Angaben über den Beginn der Fluorescenz im reinen Spectrum für Magdalaroth, Fluoresceïn und Eosin sind zu wenig präcise gegeben; ferner ist eine Anwendung des Glan'schen Photometers zur Bestimmung der Maxima im fluorescirenden Spectrum wohl nicht nöthig, weil dieselben von früheren Beobachtern bereits öfters bestimmt sind, und ihre Beziehung zu den Absorptionsmaximis ja genügend bekannt ist.

Hinsichtlich der Behauptung, dass „die Dicke der Schicht oder die Concentration der Flüssigkeit einen wesentlichen Einfluss auf die Ausdehnung der Fluorescenzspectra nicht hat,“ möchte ich auf die einschlägigen Ausführungen von Lommel²⁾ verweisen.

Es folgen sodann die numerischen Angaben über die Grenzen der „Fluorescenzspectra“ (dieser Name also hier wieder im ursprünglichen Sinne) von Magdalaroth, Fluoresceïn und Eosin. Ich habe dieselben der Einfachheit wegen auf die Bunsen'sche Scala reducirt und finde demnach bei Hrn. Lamansky:

Magdalaroth .	40 — 53
Fluoresceïn .	53 — 82
Eosin	47 — 69

1) Stokes, Pogg. Ann. Ergbd. 4. p. 225. § 59 u. 60. 1852.

2) Lommel, Pogg. Ann. 160. p. 82. 1877 u. Wied. Ann. 10. p. 634. 1880.

Dagegen haben sämmtliche frühere Forscher gefunden:

Magdalaroth .	28 — 57
Fluoresceïn .	30 — 86
Eosin . . .	28 — 76.

Hieraus folgt also, dass, wenn auch die Fehler, die Hr. Lamansky bei der vorliegenden Arbeit gemacht hat, etwas weniger hervortreten als die in seiner früheren Abhandlung vorkommenden, seine Angaben für feinere Untersuchungen doch noch nicht genügen können. Hinsichtlich der Gründe der neuen Fehler verweise ich auf das in meiner früheren Arbeit darüber gesagte. Jedenfalls zeigen aber die fehlerhaften Resultate, dass auch die neue Methode (entgegen der Ansicht, die Hr. Lamansky selbst auspricht) an denselben Mängeln krankt, wie seine frühere.

Die Versuche endlich, welche Hr. Lamansky anstellt, um die allgemeine Gültigkeit der Stokes'schen Regel zu beweisen, haben den grossen Fehler, dass die Voraussetzungen derselben eine Ausnahme von dem genannten Gesetze von vornherein ausschliessen.

Wenn man nämlich beweisen will, dass, wie Stokes selbst sich ausdrückt, „die Brechbarkeit des erregenden Lichtes stets die obere Grenze bilde für die des erregten“, so muss man doch vor allen Dingen dafür sorgen, dass das Gegentheil, nämlich eine etwaige Erhöhung der Brechbarkeit, auch möglich ist; man muss also das erregende Licht so wählen, dass seine Brechbarkeit kleiner ist, als die überhaupt mögliche höchste Brechbarkeit des durch Sonnenlicht hervorgerufenen Fluorescenzlichtes. Nur in diesem Falle, d. h. wenn das erregende Licht dem kritischen Gebiete zwischen der Anfangsstelle im fluorescierenden Spectrum und der obersten Grenze des typischen Fluorescenzspectrums (derivirten Spectrums) angehört, kann man über die vorliegende Frage entscheiden. Wer dagegen zu diesen Versuchen Licht anwendet, dessen Brechbarkeit grösser ist als die der angegebenen Grenze, darf sich nicht wundern, wenn das Fluorescenzlicht stets weniger brechbare Bestandtheile zeigt. Hr. Lommel hat auch in einer äusserst

klaren Auseinandersetzung¹⁾, welche noch dazu gerade gegen eine Arbeit des Hrn. Lamansky²⁾ gerichtet war, auf den eben erwähnten Umstand aufmerksam gemacht. Trotzdem gebraucht Hr. Lamansky durchweg nur erregendes Licht, dessen Brechbarkeit grösser ist als die der brechbarsten Strahlen des entsprechenden typischen Fluorescenzspectrums und schliesst trotzdem aus den erhaltenen Resultaten ohne weiteres, dass das Stokes'sche Gesetz allgemein richtig sei. Es ist gar nicht nöthig, dass ich hier alle Zahlen der einschlägigen Tabelle³⁾ in Bunsen'sche Grade umrechne; es genügt anzugeben, dass beim Florescein die oberen Grenzen des erregenden Lichtes zwischen 138 und 250 der Lamansky'schen Scala schwanken, während Hr. Lamansky selbst vorher 138 als obere Grenze des typischen Fluorescenzspectrums angibt; dass ferner beim Magdalaroth das erregende Licht die oberen Grenzen 112 bis 250, beim Eosin 141 bis 243 innehält, während die obere Grenze des zugehörigen typischen Fluorescenzspectrums dort 54, hier 103 ist. Man sieht also, dass Hr. Lamansky das von Lommel ihm gegenüber betonte, hier allein zur Sprache kommende kritische Gebiet des Spectrums gar nicht einmal in Betracht gezogen hat; er schliesst bei seiner Untersuchung die Möglichkeit einer Ausnahme von dem Gesetze, dessen Richtigkeit er beweisen will, von vornherein aus.

Auch die neuen Versuche des Hrn. Lamansky beweisen demnach für oder gegen die allgemeine Gültigkeit der Stokes'schen Regel gar nichts; ich muss zu meinem Bedauern auch an diesem Orte den Vorwurf wiederholen, den ich ihm am Ende meiner früheren Arbeit gemacht hatte.

Berlin, im September 1881.

1) Lommel, Wied. Ann. 8. p. 247. 1879.

2) Lamansky, Compt. rend. 86, p. 1192. 1879.

3) Vgl. l. c. p. 912.

IV. *Obere Grenze für die kinetische Energie der bewegten Electricität; von H. R. Hertz.*

In einer früheren Arbeit¹⁾ habe ich aus Versuchen über die Intensität von Extraströmen die Folgerung ziehen können, dass die kinetische Energie der electricischen Strömung von der magnetischen Dichte 1 in einem kupfernen Leiter kleiner sei als $0,008 \text{ mg mm}^2/\text{sec}^2$. Diese Folgerung konnte indessen nur unter der Voraussetzung gezogen werden, dass eine gewisse Beziehung zwischen dem specifischen Widerstande der Metalle und der Dichte der Electricität in ihnen nicht bestehe. In der vorliegenden Arbeit will ich einen Versuch beschreiben, den ich gleichfalls in der Absicht, eine kinetische Energie der Strömung nachzuweisen, und gleichfalls mit negativem Resultate angestellt habe, welcher aber vor den früheren Versuchen die Vortheile bietet, erstens directer zu sein, zweitens einen kleineren Werth für die obere Grenze zu liefern, und drittens, diesen Werth ohne weitere Beschränkung zu ergeben.

Es sei eine dünne Metallplatte von der in Taf. V Fig. 2 dargestellten Form zwischen den Electroden *A* und *B* durchflossen von einem Strome von möglichst grosser Dichtigkeit, es seien ferner die Punkte *C* und *D* mit einem feinen Galvanometer verbunden und das System so regulirt, dass kein Strom das Galvanometer durchfliesst. Wird nun die Platte um eine durch ihren Mittelpunkt gehende, zu ihrer Ebene senkrechte Axe in Rotation versetzt, so muss, falls sich die Electricität mit träger Masse bewegt, die Strömung von der Richtung *AB* seitlich abzuweichen bestrebt sein, aus derselben mechanischen Ursache, welche auf der rotirenden Erde die Passatwinde von der Richtung des Meridians abweichen lässt. Die Folge dieses Bestrebens ist eine Potentialdifferenz zwischen den Punkten *C* und *D* oder ein Strom im Galvanometer. Dieser Strom muss seine Richtung ändern mit der Richtung der Drehung; ist diese Richtung die des

1) H. R. Hertz, Wied. Ann. 10. p. 414. 1880.

Uhrzeigers, und geht gleichzeitig der Strom in der Platte von *A* nach *B*, so muss er die Galvanometerleitung ausserhalb der Platte von *D* nach *C* durchfliessen, wie es die Pfeile andeuten.

Qualitativ muss die genannte Wirkung eintreten, welches auch die Natur des galvanischen Stromes ist, vorausgesetzt nur, dass mit demselben eine solche Bewegung träger Masse verbunden ist, welche mit der Richtung des Stromes ihre eigene Richtung ändert. Die Schwierigkeit des Versuchs besteht in der Herstellung von vier hinreichend sicheren und ruhigen Zuleitungen bei schneller Rotation; diese Schwierigkeit habe ich so weit überwunden, dass gleichzeitig eins der feinsten Galvanometer, eine Geschwindigkeit von 30 Umdrehungen in der Secunde und eine Potentialdifferenz von 1 Daniell zwischen *A* und *B* benutzt werden konnte. Dabei war eine Ablenkung der Nadel, welche einer trägen Masse entsprechen würde, nicht nachzuweisen; lege ich die Weber'sche Anschauung zu Grunde, so kann ich mittelst der unten angegebenen Betrachtung aus meinen Versuchen die Folgerung ziehen, dass die kinetische Energie μ einer Strömung von der magnetischen Dichte 1 in einem Cubikmillimeter eines silbernen Leiters die Grösse von $0,00002 \text{ mg mm}^2/\text{sec}^2$ nicht wesentlich überschreiten kann.

In Bezug auf die Ausführung des Versuchs ist das Folgende zu erwähnen. Als Metallplatte wählte ich die Belegung einer nach dem Liebig'schen Verfahren versilberten Glasplatte, die Form derselben ist in Fig. 2 Taf. V dargestellt, die Entfernung *AB* betrug etwa 45 mm, die Entfernung *CD* 25 mm. Die Zuleitungsdrähte waren zunächst an Platinplättchen angelöthet, diese wurden mittelst kleiner Schrauben, die das Glas durchsetzten, gegen die Belegung angepresst; um eine gleichmässige Berührung zu erzielen, war zwischen die Belegung und die Plättchen eine Schicht Goldschaum gebracht. Der electricische Widerstand war anfangs gleich 5,4 S.-E. in der Richtung *AB* und gleich 3,5 S.-E. in der Richtung *CD*, aus unbekannten Gründen nahmen diese Widerstände mit der Zeit ab und wurden nach einigen Wochen resp. gleich 4,8 S.-E. und 3,1 S.-E. gefunden. Aus

dem Verhältniss dieser Widerstände und aus besonderen Versuchen war zu ersehen, dass der Uebergangswiderstand an den Zuleitungen keinen wesentlichen Theil des gesammten Widerstandes bildete. Die Regulirung des Systems zu dem Zwecke, die Nadel auf Null zu bringen, geschah zunächst durch Abschaben des Silbers an einzelnen Stellen des Randes; da indessen eine dauernde Abgleichung von hinreichender Schärfe aus verschiedenen Ursachen unmöglich war, so schaltete ich zwischen *A* und *C* und zwischen *C* und *B* Zweigleitungen von einigen Hundert S.-E. Widerstand ein, durch deren Abgleichung die Nadel jederzeit, so weit es überhaupt wünschenswerth schien, auf Null zurückgeführt werden konnte.

Um eine geschwinde Rotation der Glasplatte zu ermöglichen, war dieselbe auf einer Messingscheibe befestigt, die belegte Fläche war der Scheibe zugekehrt und nur durch eine möglichst dünne Luftschicht von derselben getrennt. Die Scheibe ihrerseits bildete das eine Ende einer horizontalen stählernen Axe, die in zwei Lagern so befestigt war, dass ihre beiden Enden zugänglich blieben. Die Zuleitung zum Galvanometer fand unmittelbar an der Glasplatte statt, die Zuleitung zur stromgebenden Kette am anderen Ende der Axe, die Leitungen von hier bis zu den Punkten *A* und *B* waren gebildet durch die Axe selbst und durch einen in einer Durchbohrung der Axe liegenden Draht. Die Vorrichtung, durch welche auf jedem Ende der letzte Uebergang von den bewegten zu den ruhenden Theilen vermittelt wurde, ist in Fig. 3 Taf. V dargestellt. Durch ein genau centrirtes Stück einer sehr dünn ausgezogenen Glasröhre ist ein feiner Platindraht geführt, ein zweiter Platindraht ist um die Glasröhre herumgeschlungen, die Röhre mit den Drähten durchsetzt ein Quecksilbergefass und mündet in einem zweiten derart, dass in dem Quecksilber des letzteren der erstgenannte und im Quecksilber des ersteren der letztgenannte Draht rotirt. Das Glasröhrchen war mittelst Siegellacks auf der einen Seite der Axe gegen die Glasplatte, auf der anderen an der Axe selbst befestigt. Da der Durchmesser der Windungen des Drahtes *B* nur ungefähr $\frac{1}{2}$ mm

betrug, so bewegte sich das Platin gegen das umgebende Quecksilber auch bei einer Rotationsgeschwindigkeit von 100 Umdrehungen in der Secunde nur mit einer Geschwindigkeit von 160 mm/sec. Der Erfolg war ein guter, denn auch bei der genannten Geschwindigkeit zeigte sich kein Uebergangswiderstand, und die durch Erwärmung erzeugten Störungen waren eben wahrnehmbar und klein gegen andere unvermeidliche. Die Rotation wurde der Axe mitgetheilt durch einen Schnurlauf, welcher sie mit der schnellsten Axe eines Becquerel'schen Phosphoroskops verband, sodass sie doppelt so schnell als jene lief. Die Kurbel des Phosphoroskops wurde mit der Hand gedreht, einer Umdrehung derselben entsprachen 290 Umdrehungen der Axe. Da die ganze Vorrichtung so leicht als möglich gebaut war, konnten auch grosse Geschwindigkeiten schnell erzeugt und wieder aufgehoben werden. Das angewandte Galvanometer war ein Siemens'sches mit einem astatischen Systeme von zwei Glockenmagneten und vier Rollen von zusammen ca. 7 S.-E. Widerstand. Die Astasie konnte durch äussere Magnete beliebig weit getrieben werden, bei den definitiven Versuchen war die Empfindlichkeit eine solche, dass einer Potentialdifferenz von ein Milliontel Daniell an den Punkten *D* und *C* ein Ausschlag von 32 Scalentheilen entsprach. Dabei war die Bewegung der Nadel aperiodisch, eine neue Ruhelage nahm dieselbe nach etwa 8 Secunden mit einer für die vorliegenden Versuche hinreichenden Genauigkeit an. Der Strom wurde geliefert durch ein Daniell'sches Element und mittelst einer gewöhnlichen Tangentenbussole gemessen. In die Leitung zum Galvanometer und zur Kette war je ein Commutator eingeschaltet.

Nachdem der Strom so lange durch die Platte geleitet war, dass eine weitere Erwärmung derselben nicht stattfand, wurde mittelst der äusseren Widerstände zwischen *A*, *C* und *B* die Nadel des Galvanometers nahezu in ihre natürliche Ruhelage gebracht. Es wurde sodann der Kurbel des Phosphoroskops eine möglichst gleichmässige einmalige Umdrehung ertheilt, die im Durchschnitt 8—9 Secunden erforderte und durch eine automatische Arretirung ihr Ende

erreichte.
Ruhe
notir
fast
eine
etwa
stand
den
soll v
Ende
und c
schlag
desse
der E
den m
runge
hätte
eine
was b
die S
regeln
wesen
S
träger
tend
solche
Werth
Satz
Richt
die R
zwei
der Pl
achtung
achtung
Combi
Versuc
sachen
schläge

erreichte. Dabei wich die Nadel im allgemeinen von der Ruhelage aus, ihre Stellung zu Ende der Rotation wurde notirt. Nach Aufhören der Rotation ging indessen die Nadel fast nie in die ursprüngliche Ruhelage zurück, sondern in eine neue Ruhelage über, die, sobald sie erreicht war, nach etwa 6—8 Secunden gleichfalls abgelesen wurde. Den Abstand derselben von der ursprünglichen will ich den dauernden Ausschlag nennen; unter augenblicklichem Ausschlag soll verstanden sein der Abstand der Stellung der Nadel zu Ende der Rotation vom Mittel zwischen der ursprünglichen und der schliesslichen Ruhelage. Den augenblicklichen Ausschlag wollen wir ansehen als Maass desjenigen Stromes, dessen Ursachen nur während der Rotation wirken, wie z. B. der Einfluss träger Masse; während der dauernde Ausschlag den nach Beendigung der Rotation noch andauernden Störungen zugeschrieben werde. Anspruch auf Genauigkeit hätte diese Rechnungsweise nur dann, wenn die Rotation eine gleichförmige und der dauernde Ausschlag klein wäre, was beides in den Versuchen nicht zutraf, indessen waren die Störungen zu mannichfaltig und die Ausschläge zu unregelmässig, als dass eine nähere Discussion möglich gewesen wäre.

Schon die ersten Versuche zeigten nun, dass ein Einfluss träger Masse, welcher die unvermeidlichen Störungen bedeutend überwöge, jedenfalls nicht vorhanden war. Um einen solchen dennoch nachzuweisen, resp. einen möglichst kleinen Werth der oberen Grenze zu finden, stellte ich immer einen Satz von acht Beobachtungen zusammen, bei welchen die Richtung der Drehung von Beobachtung zu Beobachtung, die Richtung der Leitung zum Galvanometer von je zwei zu zwei Beobachtungen, endlich die Richtung des Stromes in der Platte von den vier ersten gegen die vier letzten Beobachtungen abwechselte. Ein solches System von acht Beobachtungen will ich einen Versuch nennen. Durch passende Combination der Beobachtungen liess sich nun für jeden Versuch die mittlere Wirkung der einzelnen störenden Ursachen berechnen. Es musste sich nämlich in den Ausschlägen finden und aus denselben eliminiren lassen:

1) ein Theil, welcher sein Vorzeichen ändert nur mit der Umschaltung der Leitung zum Galvanometer, nicht mit der Richtung der Drehung oder der Leitung zur Kette. Derselbe konnte seinen Ursprung nur in einer durch die schnelle Rotation erzeugten electromotorischen Kraft in der Contactstelle zur Galvanometerleitung haben. Insofern diese Kraft eine thermoelectrische war, musste der entsprechende Ausschlag ein dauernder sein;

2) ein Theil, dessen Zeichen abhing von der Richtung der Leitung zum Galvanometer und zur Kette, hingegen nicht von der Richtung der Drehung. Derselbe konnte verschiedene Ursachen haben:

a) die Spannung der Platte infolge der beträchtlichen Centrifugalkraft, die Wirkung kann nur im augenblicklichen Ausschlag erscheinen;

b) eine gleichmässige Temperaturänderung der ganzen Platte infolge der Rotation, die Wirkung erscheint im dauernden Ausschlag;

c) eine Aenderung der Verhältnisse der Widerstände AC/BC und AD/BD während der Dauer der Beobachtung aus anderweitigen Ursachen. In der That änderte sich die Ruhelage der Nadel, auch wenn keine Rotation stattfand, langsam, aber stetig und stark genug, dass der dadurch verursachte Fehler von der Ordnung der übrigen war. Die Wirkung macht sich im dauernden Ausschlag geltend.

3) ein Theil, dessen Vorzeichen ausser von den Richtungen der Leitungen auch von der Richtung der Rotation abhängt:

a) käme im augenblicklichen Ausschlag ein solcher Theil vor, so wäre für denselben wohl keine andere Ursache anzugeben, als eine Trägheit der bewegten Electricität;

b) im dauernden Ausschlag kann ein solcher Theil dadurch entstehen, dass bei der Rotation zwei diagonal gegenüber liegende Zweige der Brücke vorangehen, zwei andere folgen, erstere sich also infolge des Luftzugs stärker als letztere abkühlen. Da die leitende Silberschicht der Messingscheibe sehr dicht anlag, hatte ich eine solche Wirkung nicht vermuthet, sie zeigte sich aber zunächst sehr stark und war um so

unbequ
Masse
unters
Baumw
die Stö
ein, als
selben g
blieb di

Vo

zu je
sich du
Empfin
dass be
fehlte.
nur von
gabe, d
gemacht
tischen
digkeit
drehung
meters
Sealenth
meist nu
Ausschla
2b) und
sich etw
klein. I
dass die
nahmslos
ordnung
unter 3a
sind in S

+3,6

+0,8

+0,8

Das
von Null

unbequemer, als sie sich von der Wirkung einer trägen Masse nur durch ihr Andauern nach beendigter Rotation unterschied. Indem ich die Platte und Messingscheibe mit Baumwolle und einer Papiertrommel umgab, verminderte ich die Störung beträchtlich, eine weitere Verminderung trat ein, als ich das Innere der Papiertrommel durch einen derselben gegebenen Paraffinüberzug hermetisch abschloss. Ganz blieb diese Störung eigenthümlicher Weise auch so nicht aus.

Von den beschriebenen Versuchen habe ich zwei Reihen zu je 20 Versuchen angestellt. Dieselben unterschieden sich durch die Intensität des angewandten Stromes, die Empfindlichkeit des Galvanometers und vorzüglich dadurch, dass bei der ersteren der erwähnte Paraffinüberzug noch fehlte. Die zweite war bei weitem die bessere und soll daher nur von ihr die Rede sein. Auf sie bezieht sich die Angabe, die oben über die Empfindlichkeit des Galvanometers gemacht ist. Die Intensität des Stromes betrug im magnetischen Maasse $1,17 \text{ mg}^{1/2} \text{ mm}^{1/2} / \text{sec}$; die Rotationsgeschwindigkeit nach dem obigen durchschnittlich $290/8\frac{1}{2} = 34$ Umdrehungen in der Secunde. Der Ausschlag des Galvanometers am Ende der Drehung betrug im Mittel 10 bis 15 Scalentheile und änderte sich in den folgenden Secunden meist nur um wenige Scalentheile. Der grösste Theil dieses Ausschlags entsprach den nicht mehr zu trennenden Ursachen 2b) und 2c); die Wirkung der Störungen 1) und 3b) ergab sich etwa zu 2 bis 4 Scalentheilen, die Störung 2a) war klein. Die Brauchbarkeit der Methode zeigte sich darin, dass die einzelnen Störungen aus allen Versuchen fast ausnahmslos mit gleichen Zeichen und von gleicher Grössenordnung gefunden wurden. Die 20 Werthe, welche für den unter 3a) angeführten Theil des Ausschlags erhalten wurden, sind in Scalentheilen die folgenden:

+3,6,	-1,0,	-0,0,	-2,7,	-1,1,	+0,1,	-0,6,
+0,8,	-1,1,	+0,2,	-0,4,	+0,5,	+0,7,	+0,5,
+0,8,	+1,2,	+1,1,	+0,7,	+0,6,	+0,7,	

Das Mittel dieser Werthe ist +0,23. Die Abweichung von Null ist etwas grösser als der wahrscheinliche Fehler

des Resultates, indessen dürfte die Ursache der Abweichung eher in der bis zu einem gewissen Grade willkürlichen Berechnung des augenblicklichen Ausschlags, als in einer physikalischen Ursache zu finden sein. Der Einfluss einer trägen Masse musste nach den Umständen des Versuchs und den benutzten Vorzeichen einen negativen Ausschlag zur Folge haben, ein solcher Einfluss war also durchaus nicht nachzuweisen. Setzt man den constanten Ausschlag von 0,23 auf Rechnung einer anderen Ursache und berechnet die Fehler der Versuche von Null an, so ergibt sich immer noch eine Wahrscheinlichkeit von 14 gegen 1, dass kein Ausschlag grösser als $\frac{1}{2}$ Scalentheil, und von 3480 gegen 1, dass kein Ausschlag grösser als 1 Scalentheil vorhanden war, der einer trägen Masse hätte zugeschrieben werden können.

Bei der Berechnung der Versuche unter Zugrundelegung der Weber'schen Hypothese mache ich der Einfachheit halber die Annahme, dass die Masse einer positiven Einheit gleich der Masse einer negativen Einheit sei, und dass im electrischen Strome beide Electricitäten mit entgegengesetzt gleicher Geschwindigkeit fliessen. Es sei m die Masse der electrostatischen Einheit, v die Geschwindigkeit, mit welcher sie gezwungen ist, sich in der Axe der Platte AB oder in einer dieser Axe parallelen Geraden zu bewegen, ω die Rotationsgeschwindigkeit der Platte. Dann ist die aus der Rotation entspringende scheinbare Kraft, welche auf die Einheit senkrecht zur Bahn derselben wirkt, gleich $2mv\omega + C$, wenn C die dem Orte der Einheit entsprechende Componente der Centrifugalkraft ist. Die entgegengesetzte Einheit, welche sich am gleichen Orte befindet, erleidet in gleicher Richtung die Kraft $-2mv\omega + C$. Die Summe beider Kräfte $2C$ stellt eine ponderomotorische Kraft dar, nämlich diejenige Zunahme der auf die Masse des Leiters wirkenden Centrifugalkraft, welche aus der Vermehrung dieser Masse um die Masse der Electricität folgt; die Differenz aber, nämlich $X = 4mv\omega$ ist eben die electromotorische Kraft, welche wir im Galvanometer zu bemerken suchten. Nun ist m gleich der Masse M der gesammten in einem Cubikmillimeter enthaltenen positiven und negativen Electricität, dividirt durch

die An
trostat
der ele
die Ge
= $4i\omega$
ändern
wir die
in der
Hierin
tienten
der Le
den Qu
Punkte
noch di
= $4\mu J$

Den Qu
aus der
rationel
schen
Widers
digkeit
bewegt,
der Qu
die Lei
für den
den des
und der
für uns
und die
ist diese
der Mer
indessen
war, da
vertheil
und setz
 $q = 18$

die Anzahl der in einem Cubikmillimeter enthaltenen electrostatischen Einheiten; diese Anzahl wiederum ist gleich der electrostatisch gemessenen Stromdichte i , dividirt durch die Geschwindigkeit v , also ist $m = Mv/i$ und $X = 4\omega \cdot Mv^2/i = 4i\omega \cdot Mv^2/i^2$. Wir können nun, ohne die Gleichung zu ändern, rechts und links magnetisches Maass einführen; thun wir dies, so ist $Mv^2/i^2 = Mv_0^2/i_0^2$ diejenige Grösse, welche in der Einleitung mit μ bezeichnet ist, und also $X = 4\mu i\omega$. Hierin ersetzen wir noch die Stromdichte i durch den Quotienten aus der Gesamtintensität J und dem Querschnitt q der Leitung, ferner die electromotorische Kraft X durch den Quotienten aus der Potentialdifferenz φ zwischen den Punkten C und D und der Breite b der Platte; nennen wir noch die mittlere Dicke derselben d , so wird jetzt $\varphi = 4\mu J\omega b/q = 4\mu J\omega d$, oder, da wir μ suchen:

$$\mu = \frac{\varphi q}{4Jb\omega} = \frac{\varphi d}{4J\omega}.$$

Den Querschnitt q oder die Dicke d können wir angenähert aus der Menge des niedergeschlagenen Silbers berechnen, rationeller und genauer zugleich ist es, ihn aus dem electrischen Widerstande der Platte zu bestimmen, denn dieser Widerstand hängt unmittelbar von der mittleren Geschwindigkeit ab, mit welcher die Electricität in der Platte sich bewegt, und eben diese Geschwindigkeit und nur mittelbar der Querschnitt ist die Grösse, auf welche es ankommt. Da die Leitung unzweifelhaft eine metallische war, können wir für den specifischen Widerstand der leitenden Substanz nur den des Silbers setzen; aus der Länge der Platte = 45 mm und dem Widerstand = 5,1 S.-E. im Mittel ergibt sich der für uns in Betracht kommende Querschnitt $q = 0,00014 \text{ mm}^2$ und die entsprechende Dicke $d = 5,6 \cdot 10^{-6} \text{ mm}$. Allerdings ist diese Dicke nur etwa ein Zehntel derjenigen, welche man aus der Menge des niedergeschlagenen Silbers erschliessen konnte, indessen zeigt dies nur, was von vornherein wahrscheinlich war, dass das Silber sich sehr ungleichförmig auf dem Glase vertheilt. Wendet man den gefundenen Werth der Dicke an und setzt ausserdem $J = 1,17 \text{ mg}^{1/2} \text{ mm}^{1/2} \text{ sec}^{-1}$, $\omega = 2\pi \cdot 34 \text{ sec}^{-1}$, $\varphi = 1 \text{ Scalenth.} = 1 \cdot 32 \text{ Milliontel Dan.} = 3300 \text{ mg}^{1/2} \text{ mm}^{1/2} \text{ sec}^{-1}$,

so folgt $\mu = 0,000\,018\,5\text{ mm}^2$. μ erscheint demnach als eine Fläche, nämlich als eine Energie, dividirt durch die Einheit des Quadrats einer magnetischen Stromdichte und durch die Einheit des Volumens. Da der Werth $\varphi = 1$ Scalentheil sich schon als äusserst unwahrscheinlich herausstellte, so erscheint die in der Einleitung ausgesprochene Behauptung gerechtfertigt. Wären die bei der Berechnung der Versuche gemachten Annahmen mehr als rohe Annäherungen, so würde selbst die Ueberschreitung einer weit geringeren Grenze noch unwahrscheinlich sein.

Es ist von Interesse, zu bemerken, dass wir electriche Ströme kennen, welche zweifellos mit kinetischer Energie verbunden sind, deren Grösse die aufgestellte Grenze beträchtlich überragt, die Ströme in Electrolyten. Aus dem chemischen Aequivalent des Stromes von der magnetischen Intensität 1 und der Ueberführungszahl für salpetersaures Silberoxyd kann man leicht berechnen, mit welcher Geschwindigkeit sich in einer Lösung dieses Salzes von bestimmter Concentration die Atomgruppen Ag und NO_3 bewegen, wenn in der Lösung die Stromdichte 1 herrscht. Daraus folgt dann die lebendige Kraft dieser Bewegung, und zwar findet man für mittlere Concentrationen angenähert, wenn auf 1 Gewichtstheil Wasser n Gewichtstheile des Salzes kommen, $\mu = 0,0078/n\text{ mm}^2$. Liesse sich demnach der beschriebene Versuch mit einem Electrolyten unter ähnlichen Bedingungen wie mit einem Metalle anstellen, so müsste er ein positives Resultat ergeben, thatsächlich bewirken Widerstand und Zersetzbarkeit der Electrolyte, dass sich gleich günstige Versuchsbedingungen auch nicht annähernd erreichen lassen.

Physikal. Inst. der Univ. Berlin.

V.
positi
von J.
(Aus d

Unter
ley'sc
wurde
positi
eigne
schied
Figur
längst
Die 1
sind 1
überg
sichtl
reissu
Aufre
die vo
erhalt
beides
haben
stehen
Druck
sphäre

W
reissu
eine W
cher E
Nachw

1) 1
u. f. 18

V. Ueber Disgregation der Electroden durch positive Electricität und die Erklärung der Lichtenberg'schen Figuren;

von Edmund Reitlinger u. Friedrich Wächter.

(Aus dem 83. Bd. der Ber. der k. Acad. der Wiss. zu Wien. II. Abth., vom 17. März 1881; mitgetheilt von den Herren Verf.)

§ 1. In einer von uns im vorigen Jahre ausgeführten Untersuchung über die Ursachen der Entstehung der Priestley'schen Ringe und deren Ablenkung durch den Magnet wurden wir zur Erkenntniss eines Artunterschiedes zwischen positiver und negativer Electricität geführt, welcher uns geeignet erscheint, auch über die Entstehung und Formverschiedenheit der positiven und negativen Lichtenberg'schen Figuren Aufschluss zu geben. Derselbe bezieht sich auf eine längst bekannte Wirkung der electrischen Funkenentladung: Die Losreissung von Electrodenheilchen. Zufolge dieser sind Metallkugeln, zwischen welchen längere Zeit Funken übergegangen sind, mit kleinen Gruben besetzt, aus welchen sichtlich Metall fortgeschleudert worden ist. Durch die Losreissung von festen Metallheilchen entsteht die „centrale Aufreissungsscheibe“ der electrischen Ringfiguren, und auch die von uns mit grossem Ruhmkorff und Verstärkungsflasche erhaltenen „Aufstreuungsringe“ rühren von ihr her, wie wir beides in unserer früheren Abhandlung¹⁾ auseinander gesetzt haben. Dort ist auch mitgetheilt, dass wir für die in Rede stehende Losreissung zwar keine obere, wohl aber eine untere Druckgrenze fanden; wir beobachteten sie von sechs Atmosphären bis 10 mm Quecksilberdruck.

Während aber frühere Forscher die Auflockerung, Zerrei-
ssung und Schmelzung in der Mitte der Ringfigur als eine Wirkung des electrischen Stromes „gleichgültig von welcher Richtung“ ansahen, haben wir am angeführten Orte den Nachweis geliefert, dass die Aufreissung in der Mitte der

1) E. Reitlinger u. Fr. Wächter, Wien. Ber. 82. II. Abth. p. 180. u. f. 1880.

Figur (die Aufreissungsscheibe) eine specielle Wirkung der positiven Entladung aus Metall in Luft ist. Dies gilt in gleichem Maasse für Losreissungsspuren auf Metallplatten wie auf Metallkugeln. In beiden Fällen gelingt der directe Nachweis, dass die Losreissung von Electrodenheilchen ausschliesslich beim Austritte positiver Electricität erfolgt, indem man die Alternirung der Entladung berücksichtigt und ihren Einfluss eliminirt.

Nennen wir den Vorgang, durch welchen beim Uebertritte des electrischen Stromes aus Metall in Luft oder einen anderen Isolator die Electrodenoberfläche aufgelockert und Theilchen aus ihr fortgeschleudert werden, electrische Disgregation, so können wir das oben erwähnte Resultat unserer Untersuchungen auch in der Weise aussprechen: Electrische Disgregation an der Oberfläche von platten- und kugelförmigen Metallelektroden wird stets nur durch den Austritt positiver Electricität erzeugt.

Daran schliesst sich nun die Frage: Wie es sich bei feinen Metallspitzen verhält? Hier stösst man bezüglich der directen Beobachtung der electrischen Disgregation auf Schwierigkeiten. Betrachtet man die Metallspitze etwa vor dem Durchgange des Funkenstromes und nach demselben mit dem Mikroskop, so zeigt sich zwar eine nicht unwesentliche Veränderung (eine Abrundung) der Spitze, ohne dass sich dabei aber entscheiden lässt, ob dieselbe durch das Abreissen von Theilchen oder infolge der Schmelzung durch die Hitze des Funkens bewirkt sei. Eine solche Entscheidung erhielten wir jedoch in folgender Weise. Wir stellten zwischen den Polen eines grossen Electromagnets¹⁾ einer Spitze aus Antimon eine Platte aus Aluminiumblech gegen-

1) Der von uns benutzte Electromagnet hat einen Eisenkern von 14 cm Durchmesser und 170 cm Länge. Das Gewicht desselben ohne die Halbanker beträgt etwas über 200 kg. Der Eisenkern ist mit 928 Windungen aus starkem Kupferdraht in vier Lagen umwickelt und wurde bei unseren Versuchen durch den Strom von 16–20 Bunsen'schen Elementen von 1 Quadratfuss Zinkfläche magnetisirt. Nur mit Hülfe dieses äusserst kräftigen Magnets vermochten wir eine Ablenkung der abgerissenen Electrodenheilchen zu bewirken.

über
eines
befand
nes W
wurde
inducir
Flasch
Richtu
zar Ve
Magne
ist, au
Platte
einfach
Metall
schliess
wirkt
ladung
Antimon
bald o
zeichne
Alumin
Magnet
die An
negativ
äquator
bei der
wie es
aus Ant
genau
losgeris
jeningen
bereits
werden,
Spur al
die An
Alumin
Fälle n
Electric
Ann. d.

über und liessen zwischen Platte und Spitze die Funken eines grossen Ruhmkorff's überschlagen. Platte und Spitze befanden sich dabei in einer Glasröhre, durch welche trockenes Wasserstoffgas strömte. Der Ruhmkorff'sche Apparat wurde durch den Strom dreier grosser Bunsen'scher Elemente inducirt und in den Schliessungskreis desselben eine Leydener Flasche von ein Quadratfuss Belegung eingeschaltet. Die Richtung des electrischen Funkenstromes wurde senkrecht zur Verbindungslinie der beiden Pole des hufeisenförmigen Magnets gestellt. Da der Magnet, sobald er kräftig genug ist, auf sämmtliche Theile der electrischen Entladung zwischen Platte und Spitze richtend einwirkt, so gewährt derselbe ein einfaches Mittel zur Entscheidung darüber, ob auch bei Metallspitzen die Losreissung von Electrodenheilchen ausschliesslich durch den Austritt der positiven Electricität bewirkt werde oder nicht. Infolge der alternirenden Entladung der Leydener Flasche bildet nämlich sowohl die Antimonspitze als auch die Aluminiumplatte abwechselnd bald den positiven und bald den negativen Pol. Bezeichnet in (Fig. 4 Taf. V) *Sb* die Antimonspitze, *Al* die Aluminiumplatte, *N* den Nordpol und *S* den Südpol des Magnets, so wird Folgendes statthaben: In dem Falle, wo die Antimonspitze die positive, die Aluminiumplatte die negative Electrode bildet, wird der electrische Funkenstrom äquatorial in der Richtung des Pfeiles I abgelenkt werden; bei der Gegenentladung jedoch in entgegengesetzter Richtung, wie es der Pfeil II andeutet. Durch die Auswahl einer Spitze aus Antimon und einer Platte aus Aluminium lässt sich nun genau constatiren, in welcher Richtung die von der Spitze losgerissenen Metallheilchen fortgeführt werden, denn in derjenigen Zeit, in welcher von einer Electrode aus Antimon bereits ganz beträchtliche Quantitäten Metallstaub abgelagert werden, ist bei einer Electrode aus Aluminium kaum eine Spur abgelagerten Metalles wahrzunehmen; überdies besitzen die Antimonheilchen eine schwarze Farbe, während die Aluminiumheilchen weiss sind. Es sind nun folgende drei Fälle möglich: 1. Die durch den Austritt der positiven Electricität losgerissenen Antimonheilchen können nur äqua-

torial in der Richtung nach L abgelenkt werden; die durch den Austritt der negativen Electricität möglicherweise losgerissenen Antimontheilchen können dagegen entweder 2. axial in der Richtung der beiden nach N und S zeigenden Pfeile oder 3. äquatorial in der Richtung nach R abgelenkt werden, sicherlich aber nicht in gleicher Richtung nach L , wie die positiven Theilchen.

Nun ergaben unsere Versuche, dass die losgerissenen Antimontheilchen ausschliesslich nur nach L an die Glaswand und die Aluminiumplatte abgelagert wurden, in axialer Richtung und in der Richtung von R war keine Spur einer Ablagerung von Theilchen bemerkbar. Wir erachten es demnach für erwiesen, dass auch bei Metallspitzen nur durch positiv electricische Entladung feste Partikelchen der Electrode losgerissen und fortgeführt werden.

Mag also die Form der Metallelektrode welche immer sein, so ist der Austritt positiver Electricität aus ihr, und zwar ausschliesslich dieser geeignet, eine electricische Disgregation ihrer Oberfläche, beziehungsweise die Losreissung fester Theilchen aus derselben zu bewirken. Diese Eigenschaft positiver Entladungen bezeichneten wir in unserer früheren Abhandlung als die Ursache zweier von den vier durch uns unterschiedenen Formelementen electricischer Ringfiguren: der Aufreissungsscheibe und der Aufstreuungsringe. Aber auch der Erklärung der Lichtenberg'schen Figuren können wir durch dieselbe eine neue und bestimmtere Fassung geben und deren Bildung dem Verständnisse näher bringen.

Der eine von uns (Reitlinger) hat vor Jahren die Erklärung der Lichtenberg'schen Figuren zum Gegenstande seiner Untersuchungen gemacht.¹⁾ Er führte den Nachweis, dass der electricische Entladungsvorgang in der Luft zwischen Spitze und Platte als die eigentliche Ursache für die Ausbreitung der Figuren und deren Formverschiedenheit anzusehen sei, und indem er an dem Satze fest hielt, dass die Bestäubung mit dem Villarsy'schen Gemenge die electricische

1) Reitlinger, Wien. Ber. 41. p. 358 u. ff. 1860; 43. p. 1-2 u. p. 531 u. ff. 1861.

Vert
posit
leitet
elect
der L
ein v
Abbi
versc
negat
Beträ
von
Richt
sie in
fahre
ein S
Spitze
positi
stäub
Dage
Impul
unter
selbe
eine
bung
die v
schen
denhe
näher
chen
nahme
Rolle
Urheb
tenber
In
gemein
neue

Vertheilung auf der Harzplatte sichtbar mache, wobei alle positiven Stellen gelb und alle negativen roth erscheinen, leitete er die Figuren von der Anordnung und Bewegung electrisirter Theilchen über der Platte ab, welche in den auf der letzteren während der Entladung erzeugten Spannungen ein vermöge der isolirenden Beschaffenheit des Harzes fixirtes Abbild zurückgelassen haben. Um nun hiernach die Formverschiedenheit der positiven (gelben) Strahlenfigur und der negativen (rothen) Scheibenfigur zu erklären, dienten folgende Betrachtungen: Positiv electrisirten Theilchen, welche sich von der Spitze entfernen, habe man einen Impuls in der Richtung ihrer Electricitätsübertragung zuzuschreiben; indem sie in solcher Weise schief von der Spitze nach der Platte fahren, streifen sie vermöge Zerlegung ihrer Bewegung noch ein Stück an der Harzfläche, radial vom Fusspunkte der Spitze ausgehend, nach aussen fort; diese Bahnen erzeugen positiv electrische Striche auf dem Harze, welche, durch Bestäubung sichtbar gemacht, die gelbe Strahlenfigur bilden. Dagegen fehle den negativ electrisirten Theilchen ein solcher Impuls, und finde die Ausbreitung der negativen Electricität unter der Spitze in solcher Gleichförmigkeit rund um dieselbe statt, dass der Schnitt zwischen ihr und der Harzfläche eine Kreisscheibe bilde. Diese wird nachher durch Bestäubung als negative rothe Kreisscheibe sichtbar. Demnach ist die verschiedene Bewegung der electrisirten Theilchen zwischen Spitze und Platte die Ursache für die Formverschiedenheit der beiderlei Figuren. Was nun schliesslich die nähere Bezeichnung der dabei thätigen electrisirten Theilchen selbst betrifft, so bot sich wohl am leichtesten die Annahme dar, den Luft- oder Gastheilchen die geschilderte Rolle zuzuschreiben. In der That wurde dieselbe von dem Urheber der eben auseinandergesetzten „Erklärung der Lichtenberg'schen Figuren ausdrücklich aufgestellt.¹⁾

In letzter Hinsicht wurden jedoch wir beide durch unser gemeinsames Studium der electrischen Ringfiguren auf eine neue Annahme hingewiesen. Hiernach würde man nur bei

1) Reitlinger, Wien. Ber. 43. p. 541. 1861.

den negativen runden Scheiben an der Rolle der Luft- oder Gastheilchen festhalten, dagegen bezüglich derjenigen electrisirten Theilchen, welche nach der obigen Erläuterung die positive Strahlenfigur erzeugen, eine neue, abweichende Voraussetzung aufstellen, nämlich dieselben seien Theilchen, welche durch die ausschliesslich positive electrische Disgregation von der Spitze losgerissen und auf die Platte herunter geschleudert werden. Man wird sich dieselben daher im allgemeinen als fest, statt als gasförmig vorstellen. Zur Prüfung dieser Annahme dienten uns Versuche mit Lichtenberg'schen Figuren, zu denen uns eine kürzlich von W. Holtz veröffentlichte Abhandlung angeregt hat.

§ 2. In einer Mittheilung über electrische Figuren auf der Oberfläche von Flüssigkeiten gibt W. Holtz¹⁾ an, er habe neben Leitern aus Metall auch noch solche aus Holz angewandt und so gefunden, dass sich je nach Wahl des Leiters und Wahl der Flüssigkeit (der Oelsorte) die bekannte negative Figur auch mit positiver Electricität, und die bekannte positive Figur auch mit negativer Electricität (wir sprechen mit Holtz' eigenen Worten) erzeugen lasse. Nach diesen Versuchen sei es ihm nahe gelegen, fährt er fort, den Einfluss eines hölzernen Leiters auch bei der Darstellung der wirklichen Lichtenberg'schen Staubfiguren zu erproben, und in solcher Weise sei ihm die Darstellung der negativen Figur genau so gut mit positiver als mit negativer Electricität gelungen. Er wandte dabei die Holzstange in Dicke eines Stahlfederhalters an und hielt sie bei Zuleitung positiver Electricität mehr oder weniger hoch über der Harzfläche. Diese Angabe von Holtz fanden wir bei Wiederholung des Versuches mit einer staubfreien Holzstange vollständig bestätigt; je nach der Anwendung positiver und negativer Electricität bekamen wir gelbe oder rothe Kreisscheiben ohne bemerkbare Formverschiedenheit. Wir glauben jedoch, aus der so erhaltenen Kreisscheibe nicht schliessen zu dürfen, dass hier wirklich positive Electricität eine negative Figur im Sinne einer Umkehrung des Artunter-

1) W. Holtz, Wied. Ann. 11. p. 717. 1880.

schiedes positiver und negativer Electricität erzeuge. Eine solche Umkehrung in der vollen Bedeutung des Wortes halten wir überhaupt nicht für möglich. Dasjenige, was hier der Erklärung bedarf, ist nur der Umstand, dass eine und dieselbe positive Ladung je nach der Wahl des Zuleiters entweder eine Kreisscheibe oder eine Strahlenfigur bewirkt.

Um zur Erkenntniss der Ursache dieser Erscheinung zu gelangen, untersuchten wir zunächst eine Reihe von Electroden aus den verschiedenartigsten Materialien. Die diesbezüglichen Versuche ergaben folgende Resultate:

Wählt man die Electroden aus irgend einem beliebigen Metalle oder aus Graphit, Stein-, Retorten- und Holzkohle oder aus Bleiglanz, Grauspiessglanz, Hämatit, Eisenvitriolkrystallen, Kreide, Marmor, Mergel oder aus Quecksilber, concentrirter Schwefelsäure, Kupfervitriollösung, Eisenvitriollösung, Kochsalzlösung und anderen Salzlösungen, destillirtem und Brunnenwasser, wässrigem und absolutem (96%) Alkohol, so erhält man bei Zuleitung positiver Electricität stets strahlenförmige Figuren, wie Fig. 5 Taf. V eine solche darstellt.

Bei Anwendung von Electroden aus trockenem Holze, Papier, Hanf, Watte, Wolle, Bergkrystall, krystallisirtem Gyps, krystallisirtem Kochsalze, isländischem Doppelspath, Flussspath und Tropfstein erhält man dagegen runde, scheibenförmige Figuren, wie Fig. 6 Taf. V zeigt.

Gar keine Figuren werden erhalten, wenn man die Zuleitung der Electricität mittelst Electroden aus Glas, Harz, Wachs, Talg, Kautschuk, Porzellan, Seide oder Federn versucht. Es werden somit bei Anwendung der besseren Leiter der Electricität als Electroden strahlenförmige positive Figuren erzeugt, bei Halbleitern scheibenförmige positive Figuren und bei Anwendung von Isolatoren gar keine Figuren.

Das Holz und die übrigen Halbleiter bewirken jedoch nur unter der Bedingung scheibenförmige positive Figuren, wenn die Oberfläche derselben vollkommen staubfrei ist. Stäbchen aus Holz, welche durch längeres Liegen im Zimmer mit Staub bedeckt, oder künstlich mit irgend einem Staube eingestäubt wurden, lieferten scheibenförmige Figuren, welche

von einer grösseren oder geringeren Anzahl radialer Strahlen durchzogen waren, wie Fig. 7 Taf. V dies darstellt.

Benutzte man einen Holzstab von der Form eines Federhalters, dessen nach unten, der Harzplatte zugewendete Spitze eingestäubt wurde, in rascher Folge zur Erzeugung von etwa zehn bis zwanzig positiven Lichtenberg'schen Figuren, so nahm die Zahl der radialen Strahlen inmitten der runden Scheibenfigur sichtlich ab, und schliesslich, wenn durch die wiederholte electricische Entladung sämmtlicher Staub von der Oberfläche des Holzstabes fortgetrieben war, erhielt man wieder vollkommen gleichmässig mit Schwefelstaub bedeckte Scheibenfiguren, wie Fig. 6 Taf. V zeigt, ohne jede Beimischung radialer Strahlen. Als wir jedoch die Holzstange an ihrem unteren Ende mit einem feinen Metallstaube, etwa Broncepulver oder feiner Eisen- oder Messingfeile bestreuten, so erhielten wir genau solche Strahlenfiguren wie bei Anwendung einer Spitze aus massivem Metalle (Taf. V Fig. 5) ohne die geringste Spur einer scheibenförmigen Ausbreitung.

Diese Thatsache bestätigte unsere oben ausgesprochene Vermuthung, dass die electricische Disgregation der Electroden durch electro-positive Entladung eine einfache Erklärung der Formverschiedenheit der Lichtenberg'schen positiven Strahlenfigur und der negativen Scheibenfigur darbietet. Ueber die Ursache der Entstehung der positiven Strahlenfigur haben wir uns nämlich auf Grund der vorstehend mitgetheilten Versuche folgende Anschauung gebildet: Die positive Strahlenfigur entsteht dadurch, dass einzelne positiv electricisirte Theilchen in festem oder flüssigem Aggregatzustande sich von der Spitze in der Richtung ihrer Electricitätsübertragung entfernen, schief von der Spitze nach der Harzplatte fahren und auf derselben radial vom Fusspunkte der Spitze fortschleifen. Diese Theilchen erzeugen positiv electricisirte Striche auf dem Harze, welche, durch Bestäubung sichtbar gemacht, die gelbe Strahlenfigur bilden.

Bestehen die jeweilig angewendeten Electroden dabei aus schlechter leitendem Materiale, so ist zur Entstehung der strahlenförmigen Figur das Vorhandensein von staubförmigen Partikeln auf der Oberfläche der Electroden erforderlich.

Fehlen
tragun
platte,
deckt
Electr
Oberfl
der St
der el
aus de
dies s
auch
haben.

D
streuu
Entste
Aufstr
sener
Lichte

D
ausgef
langen
Distan
oberes
bungs
Leyde
wurde.

Z
sigkeit
Glasm
die fe
lack u
einen
Flüssi
jedoch
Währ

1)
p. 211.

Fehlen diese Staubpartikel, so erfolgt die Electricitätsübertragung durch die Gastheilchen zwischen Spitze und Harzplatte, und es entstehen gleichförmig mit Schwefelstaub bedeckte scheibenförmige Figuren. Bei Anwendung von guten Electricitätsleitern ist das Vorhandensein von Staub auf der Oberfläche der Electroden unwesentlich. Die zur Erzeugung der Strahlenfigur erforderlichen Partikel werden hier infolge der electrischen Disgregation durch electropositive Entladung aus dem Materiale der Electroden selbst losgerissen, wie wir dies sowohl bei der Bildung der Aufstreuungsringe¹⁾, als auch durch den eingangs mitgetheilten Versuch nachgewiesen haben.

Die positive Lichtenberg'sche Strahlenfigur und die Aufstreuungsringe auf Metallplatten haben somit die gleiche Entstehursache, nur ist zur Bildung deutlich sichtbarer Aufstreuungsringe eine bedeutend grössere Menge losgerissener Electrodenheilchen erforderlich, als zur Bildung der Lichtenberg'schen positiven Strahlenfigur.

Die vorstehend erörterten Versuche wurden in der Weise ausgeführt, dass die Electroden in Form von 5 bis 20 cm langen, 2 bis 5 mm dicken Stäbchen senkrecht in geringer Distanz über der Harzplatte angebracht waren, und deren oberes Ende entweder direct mit dem Conductor der Reibungselektisirmaschine oder mit der inneren Belegung einer Leydener Flasche oder Leydener Batterie leitend verbunden wurde.

Zur Untersuchung flüssiger Electroden wurden die Flüssigkeiten in weitere, am unteren Ende capillar ausgezogene Glasröhren gefüllt, welche zur Vermeidung der Leitung über die feuchte Glasoberfläche an ihrer Aussenseite mit Siegelack überzogen wurden, und in deren oberes Ende durch einen Kork ein Zuleitungsdraht bis zur Berührung mit der Flüssigkeit hineingesteckt wurde. Zweckmässiger erwies sich jedoch zum Studium dieser Figuren ein anderes Verfahren. Während nämlich die früheren Figuren auf Harzplatten

1) E. Reitlinger u. Fr. Wächter, Wien. Ber. 82. II. Abth. p. 211. 1880.

erzeugt wurden, verwendeten wir bei der zweiten Methode gereinigte, trockene Glastafeln. In der Mitte derselben wurde ein Tropfen der zu untersuchenden Flüssigkeit gebracht und von oben her mittelst eines 20 cm langen, 5 mm dicken, unten zugespitzten Holzstabes der Flüssigkeit Electricität zugeleitet. Brachte man nun unter den Holzstab einen Tropfen Quecksilber oder concentrirte Schwefelsäure, Kupfervitriollösung, andere Salzlösungen, destillirtes oder Brunnenwasser, wässerigen oder absoluten Alkohol, so entstanden stets rings um den Tropfen herum strahlenförmige positive Figuren, wie Fig. 8 Taf. V zeigt. Schwefeläther gab mitunter ausser der strahlenförmigen Figur auch Spuren einer ringförmigen, positiven Figur, doch ist es bei der Flüchtigkeit desselben sehr schwierig, deutliche Figuren zu erhalten. Die negativen Figuren stellten sich unter den gleichen Umständen stets als scheibenförmige Figuren dar, wie Taf. V Fig. 9 veranschaulicht. Bei Anwendung von Benzol, Petroleum, Schwefelkohlenstoff, Terpentinöl und Olivenöl konnten keine Lichtenberg'schen Figuren, weder positive noch negative erhalten werden. Während nämlich die früher genannten besser leitenden Flüssigkeiten bei Zuleitung der Electricität nur eine geringe Abplattung des Tropfens erkennen liessen, wurden die schlechter leitenden Flüssigkeiten durch die Electricisirung fast momentan über die ganze Platte ausgebreitet. Dieselben zeigten dabei eine Verästelung der Flüssigkeitsschicht, welche am feinsten gegliedert bei Schwefelkohlenstoff (Taf. V Fig. 10) war, am wenigsten gegliedert bei Olivenöl (Taf. V Fig. 11). Noch eines merkwürdigen Umstandes müssen wir gedenken. Verwendet man möglichst gleichmässig ausgebildete Krystalle von Turmalin oder eisen-schüssigem Quarz als Electroden, deren Hauptaxe vertical zur Harzplatte gestellt ist, so entstehen stets drei Lichtenberg'sche Figuren, in ihrer Lage den drei unteren Pyramidenflächen entsprechend. Diese drei Figuren sind jedoch in der Regel voneinander verschieden, sodass man entweder zwei strahlenförmige und eine scheibenförmige Figur (Taf. V Fig. 12), oder eine strahlenförmige und zwei scheibenförmige Figuren erhält (Taf. V Fig. 13). Aehnliches zeigen auch

andere
Würfel
tive, a
benfigu
die Ha
jedoch,
hatten,
darin e

Ob
die Elec
len- ode
wir abe
nung.

teristisc
mischte
Ruhmk
man hi
ringen
aber un
Kreisrin
Strahler
Strich,
einzelne
massen

Wo
Harzfl
förmig
positiv
radiale
ben un
des An
mittels
figur g
herab
suchen f

Um
wir aber
Eine rot

andere Krystalle. Reiner, d. h. eisenfreier Bergkrystall und Würfel aus Kochsalz geben gleichzeitig positive und negative, also bei Villarsy'schem Gemenge gelbe und rothe Scheibenfiguren, ebenfalls der Stellung der Krystallflächen gegen die Harzplatte entsprechend. Die Erscheinungen traten jedoch, ohne dass wir die Umstände wissentlich geändert hatten, so wechselnd auf, dass wir keine Gesetzmässigkeit darin erkennen konnten.

Oben sahen wir, dass je nach dem Stoffe, mittelst dessen die Electricität zugeleitet wird, positive Ladungen eine strahlen- oder scheibenförmige Figur erzeugen. Niemals begegnen wir aber bei negativen Ladungen einer ähnlichen Erscheinung. Es ist dies sehr wichtig und tritt besonders charakteristisch bei den aus positiven und negativen Theilen gemischten Figuren hervor, wie man sie beispielsweise mit dem Ruhmkorff'schen Apparate erhält. In der Regel beobachtet man hier einen Wechsel zwischen negativen rothen Kreisringen und positiven gelben Strahlenkränzen. Während man aber unter entsprechenden Umständen auch positive gelbe Kreisringe erzeugen kann, nimmt man niemals negative rothe Strahlenkränze wahr, ja nicht einmal einen einzelnen rothen Strich, wie wir in gelben Scheibenfiguren häufig dergleichen einzelne gelbe, meistens radial gestellte Striche, gewissermassen Grundelemente einer Strahlenfigur, antreffen.

Wo und wie immer negative Electricität an die Harzfläche übergeht, hinterlässt sie Spuren kreisförmiger Ausbreitung, während die Uebertragung positiver Electricität je nach den Umständen in radialen Strichen oder auch in kreisförmigen Scheiben und Ringen geschehen kann. Eine Umkehrung des Artunterschiedes Lichtenberg'scher Figuren, mittelst deren negative Electricität eine Strahlenfigur gäbe, ist bis zum kleinsten Striche oder Strahle herab unmöglich. Dies ist ein aus allen unseren Versuchen fließendes allgemeines Resultat.

Um einem leichtmöglichen Irrthume vorzubeugen, dürfen wir aber dasselbe nicht etwa in folgender Weise ausdrücken: Eine rothe, durch Mennigepulver kenntlich gemachte Strah-

lenfigur sei nicht möglich. Das wäre unrichtig, denn rothe Strahlenfiguren, sogar gemischt mit gelben Scheibenfiguren, können wir allerdings bekommen, nur bedeutet dann Roth positive und Gelb negative Electricität. Zu diesem Behufe brauchen wir nur das Villarsy'sche Gemenge aus Schwefel und Mennige, statt es durch Musselin durchzubeuteln, durch eine kleine Oeffnung, z. B. eine ausgezogene Glasröhre, herauszublasen. In diesem Falle werden die Schwefel- und Mennigetheilchen im entgegengesetzten Sinne electricisirt, als bei der Reibung an Musselin. So lehrte es uns eine gelegentliche Erfahrung. Von derselben ausgehend, haben wir ein Fläschchen mit Villarsy'schem Gemenge gefüllt und dasselbe mit einem ausgezogenen Glasrohre verschlossen. In dieser Form gab es uns die positive Mischfigur eines mittelgrossen Ruhmkorff als gelbe Scheibe mit rothem Strahlenkranze. Versahen wir es nun mit einem Ansätze, der aus einer nach aussen hin von einer mehrfachen Musselinlage bedeckten Röhre bestand, so bekamen wir eine rothe Scheibe mit gelbem Strahlenkranze. In gleicher Weise erhielten wir mit einer und derselben Ladung einer Leydener Flasche je nach Belieben eine rothe oder gelbe Strahlenfigur und dergleichen auch Scheibenfiguren. Auf diese Art hat man es ganz in der Hand, gelbe oder rothe Strahlenfiguren zu erhalten, nur sind dann letztere nicht minder positiv als erstere.

§ 3. So mannichfaltig die Stoffe auch waren, mit denen wir experimentirten, so lieferten sie uns doch nur dreierlei Staubfiguren: 1. positive strahlenförmige; 2. positive scheibenförmige; 3. negative scheibenförmige. Niemals erzeugt negative Electricität eine strahlenförmige Figur, ja nicht einmal nur einen einzigen jener radialen Striche, woraus eine solche gebildet ist. Positive Electricität liefert aber je nach der Wahl des Stoffes, aus dem die zur Zufuhr der Electricität an die Harzfläche benutzte Electrode hergestellt ist, strahlen- oder scheibenförmige Figuren. Unverkennbar ist hierbei der Einfluss der Leitungsfähigkeit. Die zehn besten Leiter in jener Reihe, in welcher die Encyclopædia

metrop
geordn
Holzko
dünnte
wasser
leiter ü
übt die
stimmen
hat sch
dauer d
dieselbe
wenn d
ringere
Aeste,
lange n
samung
lich ve
Scheibe
Electro
herzuste
Zur
ausübt,
des Oeff
Apparat
Fallen
welcher
seits un
ihr in d
zu bild
Electro
von der
die an
und als
strebt is
Aus

1) En
Reibungs
2) Be

metropolitana¹⁾ die Stoffe nach ihrem Leitungsvermögen geordnet hat: „Die gebräuchlichsten Metalle, gut gebrannte Holzkohle, Graphit, concentrirte Säuren, Kohlenpulver, verdünnte Säuren, Salzlösung, Seewasser, Quellwasser, Regenwasser“ geben insgesamt Strahlenfiguren, während die Halbleiter überwiegend Scheibenfiguren liefern. Diesen Einfluss übt die Leitungsfähigkeit der Electrode aus, indem sie bestimmend auf die Zeitdauer der Entladung einwirkt. Bezold hat schon bei Metallspitzen gefunden, dass die Entladungsdauer die Form der positiven Figuren beeinflusse; während dieselben aus vielen geradlinigen radialen Strahlen bestehen, wenn die Entladung rasch vor sich geht, zeigen sie eine geringere Zahl unregelmässig verkrümmter und ungleich langer Aeste, wenn die Bildung der Figur langsam erfolgt.²⁾ So lange man jedoch Metallspitzen anwendet, ist die Verlangsamung der Entladung nicht im Stande, die Strahlen gänzlich verschwinden zu machen und an ihrer Stelle eine Scheibe entstehen zu lassen. Dazu ist es nothwendig, die Electrode selbst aus einem Halbleiter statt aus einem Leiter herzustellen.

Zur Erläuterung des Einflusses, den die Entladungsdauer ausübt, erinnern wir an den Unterschied in den Wirkungen des Oeffnungs- und Schliessungsstromes beim Ruhmkorff'schen Apparat. Die in Bewegung gesetzte Electricität ist in beiden Fällen die gleiche. Die viel kürzere Zeit aber, während welcher diese Electricität sich beim Oeffnungsstrome diesseits und jenseits der Unterbrechungsstelle ansammelt, gibt ihr in diesem Falle die Kraft, einen Funken mit Schlagweite zu bilden, was wohl kaum jemals ohne Fortführung von Electrodenheilchen geschieht. Auch in unserem Falle hängt von der Entladungsdauer die Kraft ab, womit die Electricität die an der Electrode befindlichen Theilchen loszutrennen und als Träger der Entladung an die Platte zu führen bestrebt ist.

Ausser der Entladungsdauer dürfte noch die Oberflächen-

1) Encyclopedia metropolitana. Lond. 1830. Electricity 72. Riess, Reibungselectricität. 1. p. 28. Berlin 1853.

2) Bezold, Pogg. Ann. 144. p. 341. 1871.

beschaffenheit der Electrode bestimmend darauf einwirken, ob Strahlenfigur oder Scheibe entsteht. Darauf scheint uns die Strahlenfigur bei einigen Halbleitern hinzudeuten und noch mehr das Ergebniss unserer Versuche mit Holzspitzen, welche nur ganz staubfrei eine reine positive Scheibe, sonst aber eine solche mit einzelnen radialen Strichen und nach vorhergehender Eintauchung in Metallstaub sogar eine vollständig unvermischte Strahlenfigur liefern.

Zur unmittelbaren Erklärung aber, warum je nach den angeführten Umständen Strahlenfigur oder Scheibe sich bildet, bietet sich nur eine einzige natürliche und einfache Annahme dar, die nämlich, es entstehe die positive Strahlenfigur durch Fortschleuderung electrisirter Stäubchen von der Electrode zur Platte, die positive Scheibe durch Electricitätsübertragung mittelst der zwischen Electrode und Platte befindlichen Luft- oder Gastheilchen. Dadurch werden alle vorgedachten Versuche begreiflich und zu eben so vielen Beweisen der neuen Vorstellung. Bei Metallspitzen und unverzügelter Entladung werden die Stäubchen hinreichend starke und zahlreiche Impulse erhalten, um die Electricität in vielen geradlinigen, radialen Bahnen an die Platte zu übertragen und eine regelmässige Strahlenfigur zu bilden. Die Verlangsamung der Entladung z. B. durch Einschaltung eines feuchten Leiters zwischen Electricitätsquelle und Spitze vermindert den Impuls an die Stäubchen, weshalb dieselben leichter von ihren Bahnen abgedrängt und abgelenkt werden, wodurch sich die von Bezold in diesem Falle beobachteten, verkürzten und ungleich langen Strahlen erklären. Dass nur die positive Electricität eine Strahlenfigur bildet, hat zur Ursache, dass auch Partikelchen nur durch positive Electricität aus der Oberfläche der Electroden losgerissen werden. Doch wollen wir damit Stäubchen nicht ausschliessen, welche an den Electroden haften und durch die Electricität an die Platte, dort strahlenbildend, geführt werden. Bei leitenden Flüssigkeiten sind die electrisirten Partikelchen, welche über die Platte in radialen Bahnen hinstreifend die Strahlenfigur erzeugen, sehr feine Tröpfchen, meistens von un wahrnehmbarer Kleinheit. Doch bemerkten wir oftmals Feuchtigkeits-

spuren
stäuben
und Str
Partik
Platte,
werden
sich dar
We

leitern,
der pos
der ang
letztere
tungsve
Verlang
sen die
und zu
chen sin
auch di
auch fü
durch d
negative
Wenn
eine sch
durch
sind, un
stark g
der Ele
toren fä

Sch
unsere V
freien I
eine gel
zahl gel
Schwefe
gar pos
benförm
die Str
ableiten

spuren in strahlenförmiger Ausbreitung, welche beim Bestäuben mit Villarsy'schem Gemenge gelbe, radiale Striche und Strahlenfiguren bildeten. Alle diese Fortführungen von Partikelchen im Sinne der Entladung vom Zuleiter zur Platte, wodurch auf letzterer Strahlenfiguren erzeugt werden, werden nur durch positive Electricität bewirkt und schliessen sich darin der electricischen Disgregation an.

Wenn aber bei der Anwendung von Electroden aus Halbleitern, statt aus Leitern, eine positive Scheibe an die Stelle der positiven Strahlenfigur tritt, so lässt sich auch dies nach der angenommenen Vorstellung über die Entstehung der letzteren unschwer begreifen. Infolge des verminderten Leitungsvermögens der Electrode und der dadurch bewirkten Verlangsamung der Entladung fehlt den electricischen Impulsen die Kraft, Partikelchen von der Electrode abzutrennen und zu Trägern der Entladung zu machen. Solche Partikelchen sind es aber, welche die einzelnen Strahlen und damit auch die Strahlenfigur erzeugen. Nach ihrem Wegfall bleibt auch für die positive Electricität nur mehr die Uebertragung durch die Luft- oder Gastheilchen übrig, wie sie bei der negativen Electricität jederzeit und ausschliesslich statt hat. Wenn also bei den Halbleitern: Holz, Wolle, Tropfstein etc. eine scheibenförmige positive Figur entsteht, so ist dies dadurch bedingt, dass die electricischen Impulse zu schwach sind, um Partikelchen von der Electrode loszutrennen, aber stark genug, um eine merkbare Quantität Electricität von der Electrode an die Platte zu überführen. Bei den Isolatoren fällt auch das letztere und damit jede Figur weg.

Schon im § 2 wiesen wir auf die Unterstützung hin, die unsere Vorstellung dadurch erhält, dass bei einer nicht staubfreien Holzstange eine gemischte Figur eigener Art entsteht, eine gelbe Scheibe mit einer grösseren oder geringeren Anzahl gelber, radialer Striche, welche durch eine stärkere Lage Schwefel sichtbar werden, eine Figur, die also zwar ganz und gar positiv ist, aber zum Theile strahlen- und zum Theile scheibenförmig; die Scheiben werden wir von der Gasentladung, die Strahlen von der Entladung durch Staubpartikelchen ableiten.

Zur Bestätigung unserer Vorstellung dienen ferner Beobachtungen an Figuren, welche man unter dem Recipienten der Luftpumpe mittelst eines zuleitenden Metallstabes bei verschiedenen Verdünnungsgraden erzeugt. Hier bekommt man bei positiver Electricität zunächst die Strahlenfigur, welche sich mit wachsender Verdünnung immer mehr vergrössert, bekanntlich im Verhältnisse der Verdünnung; zugleich bemerkt man aber bei der Bestäubung im Centrum, je mehr man verdünnt, um so mehr eine gelbe, scheibenförmige Figurenbildung, wohl von der sich mit der Abnahme des Druckes immer mehr entwickelnden Gasentladung herührend. Endlich gelangt man zu einem Verdünnungsgrade (20—60 mm Quecksilberhöhe), bei dem keine Strahlenfigur mehr entsteht, und nun bemerkt man zuweilen einen gelben Kreisring, den man kaum anders als durch Gasentladung erklären kann. Die Bedingungen für die Bildung dieses Ringes vermochten wir bisher nicht genau festzustellen.

Dass Gasentladung auch bei Metallspitzen keine Strahlen zu erzeugen im Stande ist, wird aber noch unmittelbarer durch folgenden Versuch erwiesen. Wir durchbohrten unsere Harzkuchen derart in der Mitte, dass eine kleine Stelle der Metallform blank gelegt wurde. Die Metallform wurde dann mit dem negativen Pole des Ruhmkorffs, die in einer Entfernung von 10—20 mm über der durchbohrten Harzplatte befindliche Metallelektrode mit dem positiven Pole verbunden, sodass ein continuirlicher Funkenstrom durch die Mitte des Harzkuchens ging. Der grosse Ruhmkorff wurde dabei durch fünf Bunsen'sche Elemente von einem Quadratfuss Zinkfläche angeregt und entwickelte eine bedeutende Aureole. Bestäubten wir nachher die Platte, so bekamen wir die auf Taf. V abgebildete Fig. 14. Man nimmt an ihr zwei positive Strahlenkränze und einen positiven (gelben) Kreisring wahr. Wir hatten denselben als eine Wirkung der reich entwickelten Aureole erwartet und schreiben ihn daher derselben zu, um so mehr, da der Ring durch Wegblasen der Aureole excentrisch wird. Andererseits werden wir aber die gleichzeitig auftretenden Strahlenkränze, wie überhaupt die sonst bei Metallspitzen so regelmässig erzeugten Strahlen-

figuren:
Platte
chen
S
Harz
höchst
herunt
solche
wenig
Spitze
gungen
Aufstr
obwalt
Vergle
erford
schen
B
Eigens
oder n
Farbe
figurer
radiale
den P
welche
herab
tive E
und zu
auch z
der be
trische
Da
oder e
electris
rung v
keine s
von L
negativ
W

figuren als eine Wirkung electricisirter, von der Electrode zur Platte im Sinne des Entladungsstromes übergeführter Stäubchen betrachten.

Sehen kann man allerdings diese Stäubchen auf der Harzplatte nicht. Man bedenke jedoch, welchen Zustand höchst feiner Vertheilung der bei den Aufstreuungsringen heruntergeführte Metallstaub besitzt, und wie relativ wenige solcher Stäubchen zur reichsten Strahlenfigur genügen. Ebenso wenig wird man aber erwarten, den Gewichtsverlust der Spitzen infolge der Losreissung von Theilchen durch Wägungen nachweisen zu können, nachdem dies schon bei den Aufstreuungsringen Schwierigkeiten bereitet, und kein Zweifel obwaltet, dass zur Bildung von Aufstreuungsringen ohne Vergleich grössere Mengen losgerissener Electrodentheilchen erforderlich sind, als zur Bildung der positiven Lichtenberg'schen Strahlenfigur.

Bekanntlich besitzen die Lichtenberg'schen Figuren die Eigenschaft, dass ihre Bestandtheile, je nachdem sie positiv oder negativ sind, bei der Bestäubung die gelbe oder rothe Farbe annehmen. Indem man also stets nur gelbe Strahlenfiguren und nie rothe bekommt, und selbst der einzelne radiale Strich stets nur gelb und niemals roth ist, wird von den Partikelchen selbst, von den Stäubchen oder Tröpfchen, welche Strahlen erzeugen, bis zum einzelnen Partikelchen herab der Nachweis geliefert, dass ausschliesslich die positive Entladung solche Theilchen von der Electrode abtrennt und zur Platte führt. Mittelst Analogieschlusses dient dies auch zur Bestätigung des ausschliesslich positiven Charakters der bei den Ringfiguren beobachteten Losreissung und electricischen Disgregation.

Dagegen ist die electro-negative Entladung aus Metall oder einem anderen Leiter in Luft weder im Stande, eine electricische Disgregation der Electrode, noch eine Fortführung von Staubtheilchen zu bewirken und vermag daher auch keine strahlenförmige Staubfigur zu erzeugen. Bei Bildung von Lichtenberg'schen Figuren findet die Entladung von negativer Electricität ausschliesslich als Gasentladung statt.

Wir glauben somit zur Erklärung der Formverschieden-

heit der Lichtenberg'schen Figuren den Satz aussprechen zu können:

Die positive Lichtenberg'sche Strahlenfigur wird durch einzelne von der Electrode losgerissene oder fortgeführte Staubpartikel erzeugt, die positive, sowie die negative Scheibenfigur werden dagegen durch Gasentladungen hervorgebracht.

Nachschrift von Edmund Reitlinger.

In der im Eingange von § 2 der vorstehenden Abhandlung citirten Mittheilung hat Hr. W. Holtz electriche Figuren auf Oelen beschrieben und abgebildet. In dieser Beziehung sehe ich mich zu einer Prioritätsreclamation genöthigt. Schon im Jahre 1862 habe ich unter Assistenz des Hrn. Luka Zerjau Lichtenberg'sche Figuren auf Oelen dargestellt und eine Mittheilung darüber der von mir und Franz Kraus in den Sitzungsberichten der k. Academie der Wissenschaften veröffentlichten Abhandlung „über Brande's electro-chemische Untersuchungen“ anmerkungsweise beigelegt.¹⁾ Dasselbst heisst es: „Man erhält Lichtenberg'sche Figuren auf Oelen durch Entladung positiver oder negativer Electricität von einer Spitze gegen die in einer kleinen Entfernung befindliche Oberfläche des Oeles. Man bekommt sodann unter der positiven Spitze eine sternförmige Figur, gebildet durch Wellenberge, welche unter der Spitze zusammenstossen. Unter der negativen Spitze erhält man Wellenzüge, die in concentrischen Kreisen die Spitze umschliessen. Die Wellenrichtungen der ersten und zweiten Figur stehen aufeinander senkrecht.“ Ich glaube nun nicht zu irren, dass vorstehende Schilderung die von Hrn. Holtz abgebildeten und beschriebenen beiden Oelfiguren²⁾, welche Hr. Luka Zerjau und ich schon damals beobachtet haben, auch für dritte Personen unverkennbar darstellt. Dagegen ist, so weit mein Wissen reicht, Hr. W. Holtz der erste, welcher sich

1) Reitlinger, Wien. Ber. 46. p. 374. 1862.

2) Holtz, Wied. Ann. 11. p. 717. 1880.

sowoh
ner Z
V
lung
Priori
ich m
Abhan
Holtz
electri
Flüssi
Ermit
haben
feilich
die su
negativ
am po
Unter
musste
uns 18
Der E
wendu
abhäng
den m
gebrau
das „A
tont, s
offenba
kennb.
electro
den Ex
denen
rung d
Kohlen
Orte h
auch d

1) R
2) H
Ann. d.

sowohl bei Oelfiguren als gewöhnlichen Staubfiguren hölzerner Zuleiter bedient hat.

Versuche, welche im Texte der oben citirten Abhandlung mitgetheilt sind¹⁾, geben mir noch zu einer fernerer Prioritätsreclamation Hrn. Holtz gegenüber Anlass, zu der ich mich im eigenen und im Interesse des Mitverfassers jener Abhandlung, des Hrn. Franz Kraus, gezwungen sehe. Hr. Holtz beschreibt²⁾ eine Reihe von Versuchen über polar-electrische Attraction suspendirter Körperchen in isolirenden Flüssigkeiten, von denen er sagt, er müsse sie, „soweit seine Ermittlungen reichen“, für neu halten. Solche Versuche haben aber ich und mein Mitarbeiter schon 1862 mit Korkfeilicht, Kohlenpulver und Schwefelblumen angestellt; während die suspendirten Theilchen der zwei ersten Stoffe sich am negativen Pole ablagerten, thaten dies die Schwefeltheilchen am positiven Pole. Auch wir bedienten uns wie Holtz, im Unterschiede zu Quincke, weiter, offener Gefässe, nur mussten wir uns auf die Reibzeugmaschine beschränken, da uns 1862 die Influenzmaschine noch nicht zu Gebote stand. Der Erfolg ist aber, wie Holtz selbst bemerkt, bei der Anwendung isolirender Flüssigkeiten von diesem Umstande unabhängig. Auch die Figuren zwischen den Polen, welche den magnetischen Curven gleichen, bemerkten wir schon und gebrauchten denselben Vergleich. Wenn aber Hr. Holtz das „Ankleben“ der Theilchen an den Polen besonders betont, so wollten wir mit dem Ausdrücke „Ueberzug“ der Pole offenbar dieselbe Erscheinung bezeichnen, was um so unverkennbarer ist, als es eine von uns ersonnene Theorie der electrolytischen Ausscheidung an den Polen war, was uns zu den Experimenten führte, deren Erfolg in der später gefundenen Weise wir im voraus vermuthet hatten. Die Ablagerung der Schwefeltheilchen am positiven und der Kork- oder Kohlentheilchen am negativen Pole, wie sie am angeführten Orte bereits 1862 beschrieben ist und Jahre später, wenn auch davon unabhängig, von Hrn. Holtz beobachtet wurde,

1) Reitlinger, Wien. Ber. 46. p. 376—378. 1862.

2) Holtz, Pogg. Ann. Ergbd. 7. p. 490. 1876.

betrachte ich als electriche Fundamentalerscheinung und schreibe ihr für die Erklärung der Electrolyse eine grundlegende Bedeutung zu; nach meiner Ansicht stellt sie nämlich den electricen Vorgang bei der electrolytischen Ausscheidung dar, losgelöst vom chemischen Processe. Daher lege ich Werth darauf, die Erscheinung schon im Jahre 1862 mit meinem Mitarbeiter aufgesucht und gefunden zu haben.

VI. Untersuchungen über die Höhe der Atmosphäre und die Constitution gasförmiger Weltkörper; von A. Ritter in Aachen.

Zwölfte Abtheilung.

§ 45. Atmosphäre von überhitztem Wasserdampfe.

Wenn mit p der Druck und mit v das specifische Volumen des gesättigten Wasserdampfes bei der Temperatur von t Grad Celsius bezeichnet wird, und wenn das Gesetz, nach welchem p mit v sich ändert, durch eine Curve geometrisch dargestellt wird, so repräsentirt — wie in § 27 gezeigt wurde — der Flächeninhalt der von dieser Curve begrenzten Fläche F (als deren obere Begrenzung die Coordinate v anzusehen ist) die Höhe, welche eine Atmosphäre klaren, gesättigten

Wasserdampfes auf einem Weltkörper von der Grösse und Masse der Erde besitzen würde, wenn die Temperatur der untersten Atmosphärenschicht $+t$ Grad Celsius beträgt.

Die ganze Fläche F kann man sich auf die in Fig. 17 angedeutete Weise in die beiden Theile F_0 und f zerlegt denken, von denen der erstere den der

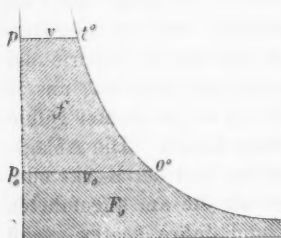


Fig. 17.

Temperatur von Null Grad Celsius entsprechenden Werth von F darstellt, während der letztere den der Temperaturzunahme

von Null bis $+t$ entsprechenden Zuwachs von F repräsentirt. Da innerhalb der Temperaturgrenzen $t = +200^\circ$ und $t = -30^\circ$ die Form jener Curve ziemlich genau bekannt ist, so kann innerhalb dieser Grenzen für jeden Werth von t der zugehörige Werth von f unabhängig von jeder Hypothese numerisch bestimmt werden, und man erhält z. B. die nachfolgenden zusammengehörigen Zahlenwerthe:

$t =$	$+100^\circ$	$+30^\circ$	0°	-30°	-273°
$f =$	$+79000$	$+27000$	0	-32000	$-F_0$
$F =$	$F_0 + 79000$	$F_0 + 27000$	F_0	$F_0 - 32000$	0

Die Art des Verlaufes der Curve innerhalb desjenigen Gebietes, für welche dieselbe genau bekannt ist, rechtfertigt die Hypothese, dass die mit F_0 bezeichnete Fläche eine endliche Grösse hat. Da jedoch für Temperaturen unterhalb -30 Grad Celsius die Form jener Curve nur annäherungsweise bekannt ist, so entzieht sich die Grösse F_0 selbst einer genaueren numerischen Bestimmung. Als einigermaßen sicher darf man annehmen, dass die durch diese Fläche repräsentirte Atmosphärenhöhe mehr als 350 000 m beträgt. Denn jedenfalls ist die Höhe der klaren (d. h. von Condensationsproducten freien) gesättigten Wasserdampfatmosphäre grösser als diejenige Höhe, welche die gesättigte Wasserdampfatmosphäre bei adiabatischer Zustandslinie annehmen würde, für welchen letzteren Fall in § 3 die Höhe $H = 348\,952$ m als Annäherungswerth gefunden wurde (vgl. § 27). Da es jedoch nicht die absoluten Werthe von F , sondern nur die Differenzen derselben sind, welche bei der nachstehenden Untersuchung zur Verwendung kommen, so ist es für den vorliegenden Zweck nicht erforderlich, in Betreff des numerischen Werthes der Grösse F_0 neue Hypothesen aufzustellen.

Für ein ideales Gas würde die Höhe der im indifferenten oder adiabatischen Gleichgewichtszustande befindlichen Atmosphäre nach der in § 2 gefundenen Gleichung zu berechnen sein, und für die Höhendifferenz zweier Punkte, in welchen die Temperatur resp. t und t_1 Grad Celsius beträgt, erhält man den Werth:

$$(450) \quad h = \frac{c_p}{A} (t - t_1).$$

Bei sehr geringer Dichtigkeit darf der überhitzte Wasserdampf annäherungsweise als ein ideales Gas behandelt werden, für dessen Constanten die Werthe:

$$R = 47, \quad k = 1,3, \quad c_p = 0,48$$

anzunehmen sind. Aus der obigen Gleichung ergeben sich hiernach für überhitzten Wasserdampf z. B. die nachfolgenden zusammengehörigen Zahlenwerthe:

t	$= +100^\circ$	$+100^\circ$	$+100^\circ$	$+100^\circ$
t_1	$= +100^\circ$	$+30^\circ$	0°	-30°
h	$= 0$	14250 m	20350 m	26460 m
				75900 m

Da bei fortgesetzter adiabatischer Ausdehnung der überhitzte Wasserdampf schliesslich in gesättigten Wasserdampf übergeht, so wird die adiabatische Curve des ersteren die Grenzcurve des gesättigten Dampfes in irgend einem Punkte schneiden müssen, und dieser Durchschnittspunkt wird unter sonst gleichen Umständen einer um so niedrigeren Temperatur entsprechen, oder einem um so grösseren Volumen, je weiter der Zustand des Dampfes ursprünglich vom Sättigungspunkte entfernt war.

Eine im adiabatischen Zustande befindliche Wasserdampfatmosphäre, deren unterer Theil im überhitzten Zustande sich befindet, wird daher in ihrem oberen Theile aus gesättigten Dampfe bestehen, und beim Niederfallen der Condensationsproducte wird der obere Theil die Zustandsform des klaren, gesättigten Dampfes annehmen. Die ganze

Höhe einer solchen Atmosphäre ist zu berechnen aus der Gleichung:

$$(451) \quad H = F + h,$$

und kann auf die in Fig. 18 angedeutete Weise dargestellt werden durch eine Fläche, deren Theile F und h mittelst der oben angegebenen Methoden einzeln bestimmt werden können, sobald

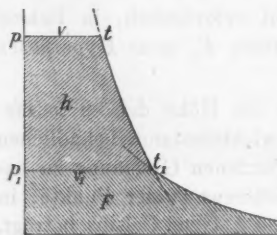


Fig. 18.

die Bodentemperatur t und die Sättigungstemperatur t_1 gegeben sind.

Mit der Sättigungstemperatur t_1 (oder derjenigen Temperatur, welche dem oben erwähnten Durchschnittspunkte der adiabatischen Curve mit der Grenzcurve entspricht) sind zugleich die Werthe p_1 und v_1 , resp. für den Druck und das specifische Volumen des gesättigten Dampfes bei dieser Temperatur gegeben. Hiernach kann man die dem Zustande der untersten Schicht entsprechenden Werthe von p und v berechnen aus der für die adiabatische Zustandsänderung des überhitzten Wasserdampfes geltenden Gleichung:

$$(452) \quad \frac{v}{v_1} = \left(\frac{273 + t_1}{273 + t} \right)^{\frac{1}{k-1}} = \left(\frac{p_1}{p} \right)^{\frac{1}{k}},$$

sobald die Temperatur der untersten Schicht gegeben ist. Wenn für die letztere Temperatur z. B. der Werth $t = +100^\circ$ Celsius angenommen wird, so ergeben sich auf diese Weise die nachfolgenden zusammengehörigen Zahlenwerthe:

t	$= +100^\circ$	$+100^\circ$	$+100^\circ$	$+100^\circ$	$+100^\circ$
v	$= 1,65 \text{ cm}$	16,6	72,55	521,4	∞
p	$= 10333 \text{ kg}$	1056	241,6	33,6	0
t_1	$= +100^\circ$	$+90^\circ$	0°	-30°	-273°
v_1	$= 1,65 \text{ cm}$	33,2	205,3	2175,4	∞
p_1	$= 10333 \text{ kg}$	429	62,5	5,25	0
h	$= 0 \text{ m}$	14250	20350	26460	75900
H	$= F_0 + 79000 \text{ m}$	$F_0 + 41250$	$F_0 + 20350$	$F_0 - 5540$	75900

Diese Tabelle zeigt, dass die Höhe der Wasserdampf-atmosphäre nicht nur von der Temperatur, sondern auch von der Dichtigkeit der untersten Schicht abhängt. Je grösser das specifische Volumen der untersten Schicht ist, d. h. je weiter der Zustand derselben vom Sättigungspunkte entfernt liegt, um so grösser ist die Höhe der Sättigungsgrenze über der Bodenfläche, und um so kleiner ist die ganze Atmosphärenhöhe. Mit wachsendem Werthe von v nähern sich diese beiden Höhen dem gemeinschaftlichen Grenzwerte $h = H = 75900 \text{ m}$.

In dem oberhalb der Sättigungsgrenze befindlichen Ge-

biete des klaren, gesättigten Dampfes wird jede Verticalströmung eine Condensation oder Wolkenbildung verursachen. Man kann daher diesen oberen Theil das Wolkengebiet und die Horizontalebene, in welcher der überhitzte Dampf an den gesättigten Dampf grenzt, die untere Grenze des Wolkengebietes nennen. Da mit p_1 der Druck in dieser Grenzfläche bezeichnet wurde, so hat die ganze Masse des Wolkengebietes ein Gewicht von p_1 Kilogrammen pro Quadratmeter der Bodenfläche, während die ganze Atmosphäre ein Gewicht von p Kilogrammen pro Quadratmeter der Bodenfläche besitzt.

Die obige Tabelle zeigt, dass nicht nur das Gewicht des Wolkengebietes, sondern auch das Verhältniss desselben zum Totalgewichte der Atmosphäre einen um so kleineren Werth annimmt, je grösser die Ueberhitzung oder je geringer die Dichtigkeit der untersten Schicht ist. Denn für die Verhältnisszahl p_1/p ergeben sich aus der obigen Tabelle die folgenden Werthe:

$v = 1,65$	16,6	72,55	521,4	∞
$\frac{p_1}{p} = 1$	0,406	0,259	0,156	0

Wenn z. B. $v = 16,6$ ist, so beträgt das Gewicht des Wolkengebietes 429 kg pro Quadratmeter oder 40,6 Proc. vom Totalgewichte der Atmosphäre; wenn dagegen $v = 521,4$ ist, so beträgt das Gewicht des Wolkengebietes nur 5,25 kg pro Quadratmeter oder 15,6 Proc. vom Totalgewichte der Atmosphäre.

Noch viel kleinere Werthe ergeben sich für die Masse des Wolkengebietes pro Quadratmeter der Bodenfläche in der Atmosphäre eines Weltkörpers, an dessen Oberfläche die Fallbeschleunigung beträchtlich grösser ist als an der Erdoberfläche. So z. B. würde in Bezug auf einen Weltkörper von der Grösse und Masse der Sonne sich ergeben, dass die Masse des Wolkengebietes nur den 27,4-ten Theil beträgt von derjenigen Masse, welche unter gleichen Umständen für einen Weltkörper von der Grösse und Masse der Erde sich ergeben würde. Wenn man also z. B. wieder annimmt, dass dem Werthe $t = +100$ Grad Celsius der Werth

$v = 521,4$ entspricht, so würde in der Dampfatmosfera eines Weltkörpers von der Grösse und Masse der Sonne unter diesen Umständen die ganze Masse des Wolkengebietes nur $0,19$ kg pro Quadratmeter der Bodenfläche betragen.

Da bei einer durch Verticalströmungen verursachten wirklichen Wolkenbildung immer nur ein Bruchtheil von der ganzen Masse des Wolkengebietes zur Condensation gelangen kann, so folgt hieraus, dass bei sehr geringer Dichtigkeit der untersten Schicht oder bei sehr grosser Entropie der Dampfatmosfera eine Wolkenbildung überhaupt nicht — oder wenigstens nur in verschwindend geringem Maasse — eintreten kann.

Bei unendlich kleiner Dichtigkeit der untersten Schicht würde demnach die ganze Wasserdampfatmosfera als eine ideale Gasatmosfera behandelt, und die Höhe derselben nach der in § 2 für ideale Gase gefundenen Gleichung berechnet werden dürfen. Der Bodentemperatur $t = +100^\circ$ würde also bei einem Weltkörper von der Grösse und Masse der Erde die Atmosphärenhöhe $H = 75900$ m, und bei einem Weltkörper von der Grösse und Masse der Sonne die Atmosphärenhöhe $H = 2770$ m entsprechen.

Unter der Voraussetzung, dass der hier speciell für Wasserdampf gefundene Satz auch für andere condensirbare Gase als gültig zu betrachten ist, würde man denselben auch auf die wirkliche Sonnenatmosfera anwenden können. Wenn es also gelänge, den Nachweis zu führen, dass die Sonnenatmosfera eine ausserordentlich grosse Entropie besitzt, so würde hiermit zugleich der Beweis geführt sein, dass Condensationsproducte in wahrnehmbaren Quantitäten in der Sonnenatmosfera überhaupt nicht entstehen können.

§ 46. Einfluss der Dissociation auf die Form der adiabatischen Zustandslinie.

Wenn zwischen dem beweglichen Kolben und dem Boden eines cylindrischen Gefässes, dessen Wände für Wärme undurchdringlich sind, ein Kilogramm Knallgas eingeschlossen ist, dessen Temperatur anfänglich so hoch war, dass eine

chemische Verbindung der beiden Gase Wasserstoff und Sauerstoff noch nicht eintreten konnte, so wird bei einer durch Verschiebung des Kolbens nach aussen veranlassten adiabatischen Ausdehnung des Gases die Temperatur desselben allmählich bis zu demjenigen Punkte sinken, bei welchem die chemische Verbindung der beiden Gase beginnt, und bei immer weiter fortgesetzter adiabatischer Ausdehnung wird nach und nach die ganze Masse in die Zustandsform des Wasserdampfes übergehen.

Wenn dann später wieder eine adiabatische Compression stattfände, so würde die Gasmasse in umgekehrter Reihenfolge dieselben Zustände durchlaufen und schliesslich wieder in die Zustandsform des Knallgases zurückkehren. Jeder bestimmten Stellung des Kolbens zwischen denjenigen beiden Grenzstellungen, bei welchen der Dissociationsprocess resp. beginnt und endigt, wird ein bestimmtes Mischungsverhältniss der beiden Gase Wasserdampf und Knallgas entsprechen.

Für diejenigen beiden Wärmequantitäten U und Q , welche einer Gasmasse von 1 kg Gewicht zugeführt werden müssten, um dieselbe resp. das eine mal bei constantem Volumen v , das andere mal bei constantem Drucke p , vom absoluten Nullpunkte bis zur absoluten Temperatur T zu erwärmen und in denjenigen Zustand überzuführen, welcher den zusammengehörigen Werthen p , v , T entspricht, gilt nach der mechanischen Wärmetheorie die Gleichung:

$$(453) \quad Q = U + A p v, \text{ oder } dQ = dU + A d(pv).$$

Die Wärmequantität U soll die innere Wärme, und die Wärmequantität Q die Totalwärme der Masse genannt werden.

Für die adiabatische Zustandsänderung gilt nach der mechanischen Wärmetheorie die Gleichung:

$$(454) \quad dU + A p dv = 0,$$

und nach Substitution des hieraus für dU zu entnehmenden Werthes kann man der vorhergehenden Gleichung auch die folgende Form geben:

$$(455) \quad dQ = A v dp.$$

Wenn das Gemisch von Knallgas und Wasserdampf in demjenigen Zeitpunkte, welchem der durch die Werthe p , v , T charakterisirte Zustand entspricht, x Kilogramm Knallgas und $1 - x$ Kilogramm Wasserdampf enthielt, und wenn mit W die Dissociationswärme des Wasserdampfes bei constantem Volumen bezeichnet wird (oder diejenige Wärmequantität, um welche die innere Wärme von 1 kg Knallgas grösser ist als die innere Wärme eines Kilogramms Wasserdampf von gleichem Volumen und gleicher Temperatur), wenn ferner mit c_1 und c_0 , resp. die Werthe der specifischen Wärme des Knallgases und des Wasserdampfes bei constantem Volumen bezeichnet werden, so ist die bei adiabatischer Compression stattfindende Zunahme der inneren Wärme zu berechnen aus der Gleichung:

$$(456) \quad dU = c_1 x dT + c_0 (1 - x) dT + W dx.$$

In Bezug auf das Dissociationsgesetz soll hier die nur annäherungsweise richtige Voraussetzung gemacht werden, dass der Dissociationsprocess proportional der Temperaturzunahme fortschreitet. Wenn also mit T_0 und T_1 resp. die Temperaturen zu Anfang und am Ende des Dissociationsprocesses bezeichnet werden, so ist hiernach:

$$(457) \quad x = \frac{T - T_0}{T_1 - T_0}, \quad \text{oder} \quad dx = \frac{dT}{T_1 - T_0}$$

zu setzen, und nach Substitution des hieraus für dT zu entnehmenden Werthes kann man der vorhergehenden Gleichung die folgende Form geben:

$$(458) \quad dU = (c_1 - c_0) (T_1 - T_0) x dx + c_0 (T_1 - T_0) dx + W dx.$$

Indem man diese Gleichung zwischen den Grenzen $x=0$ und $x=1$ integrirt (wobei die Grössen W , c_1 , c_0 annäherungsweise als constant betrachtet werden dürfen), erhält man für die ganze während des Dissociationsprocesses stattfindende Zunahme der inneren Wärme den Werth:

$$(459) \quad U_1 - U_0 = \left(\frac{c_1 + c_0}{2} \right) (T_1 - T_0) + W,$$

und nach Gleichung (453) für die gleichzeitig stattfindende Zunahme der Totalwärme den Werth:

$$(460) \quad Q_1 - Q_0 = U_1 - U_0 + A \int_{p_0, v_0}^{p_1, v_1} d(pv).$$

Wenn mit R_1 und R_0 die Werthe der Constanten des Mariotte-Gay-Lussac'schen Gesetzes, resp. für Knallgas und Wasserdampf bezeichnet werden, so kann man der letzteren Gleichung auch die folgende Form geben:

$$(461) \quad Q_1 - Q_0 = \left(\frac{c_1 + c_0}{2}\right)(T_1 - T_0) + W + A(R_1 T_1 - R_0 T_0).$$

Zur Berechnung der während des Dissociationsprocesses stattfindenden Volumenänderung kann man die Gleichung (458) benutzen, indem man darin für die Grössen dU und x , resp. die aus den Gleichungen (454) und (457) zu entnehmenden Werthe einsetzt; man erhält dann die Gleichung:

$$(462) \quad -A p dv = \left\{ (c_1 - c_0) \left(\frac{T - T_0}{T_1 - T_0} \right) + c_0 + \frac{W}{T_1 - T_0} \right\} dT.$$

Der Totaldruck setzt sich zusammen aus den beiden Beiträgen p_1 und p_0 , welche resp. das Knallgas und der Wasserdampf zu demselben liefern. Nach dem Mariotte-Gay-Lussac'schen Gesetze sind diese Drucke zu berechnen aus den Gleichungen:

$$(463) \quad p_1 \left(\frac{v}{x} \right) = R_1 T, \quad (464) \quad p_0 \left(\frac{v}{1-x} \right) = R_0 T,$$

$$(465) \quad p = p_1 + p_0 = \frac{T}{v} \{ R_1 x + R_0 (1-x) \},$$

welcher letzteren man nach Substitution des aus Gleichung (457) für x zu entnehmenden Werthes die folgende Form geben kann:

$$(466) \quad p = \frac{T}{v} \left\{ \left(\frac{R_1 - R_0}{T_1 - T_0} \right) (T - T_0) + R_0 \right\}.$$

Wenn man diesen Ausdruck für p in Gleichung (462) einsetzt und nachher die Integration derselben ausführt, so erhält man die folgenden Gleichungen:

$$(467) \quad -A \int_{v_0}^{v_1} \frac{dv}{v} = \int_{T_0}^{T_1} \left\{ \frac{(c_1 - c_0) T + (c_0 T_1 - c_1 T_0 + W)}{(R_1 - R_0) T^2 + (R_0 T_1 - R_1 T_0) T} \right\} dT,$$

$$(468) \quad A \log \left(\frac{v_1}{v_0} \right) = \left(\frac{c_1 - c_0}{R_1 - R_0} \right) \log \left(\frac{R_1}{R_0} \right) + \left(\frac{W + c_0 T_1 - c_1 T_0}{R_0 T_1 - R_1 T_0} \right) \log \left(\frac{R_0 T_1}{R_1 T_0} \right).$$

Annäherungsweise kann man hierin $c_1 = 0,406$, $c_0 = 0,37$, $R_1 = 70,5$, $R_0 = 47$ und $W = 3300$ setzen, indem man voraussetzt, dass v_0 sehr gross war, und dass infolge dessen die während des Dissociationsprocesses zunehmende Dichtigkeit am Ende desselben diejenige Grenze noch nicht überschritten hatte, bei welcher die annähernde Gültigkeit des Mariotte-Gay-Lussac'schen Gesetzes aufhört.

Die beiden Grenztemperaturen T_1 und T_0 sind noch nicht genügend bekannt; insbesondere fehlt die genauere Kenntniss des Gesetzes, nach welchem dieselben mit dem ursprünglichen Drucke oder dem Entropiewerthe des Wasserdampfes sich ändern. Bei atmosphärischem Drucke liegt wahrscheinlich die obere Grenztemperatur zwischen 3000 und 4000 Grad, die untere zwischen 1000 und 2000 Grad. Wenn man demgemäss annäherungsweise $T_1 = 3500$ und $T_0 = 1500$ setzt, so erhält man die Werthe:

$$(469) \quad U_1 - U_0 = 4076, \quad (470) \quad Q_1 - Q_0 = 4492,$$

$$(471) \quad \frac{v_0}{v_1} = 431\,000.$$

Wenn zwar den numerischen Resultaten dieser Untersuchung nur ein geringes Gewicht beizulegen ist, so darf doch der Zweck derselben als erreicht betrachtet werden, nämlich zu zeigen, dass bei adiabatischem Dissociationsprocess einer Gasmasse das Latentwerden der Dissociationswärme W stets eine beträchtliche Dichtigkeitszunahme bedingt, und dass der Quotient v_0/v_1 mit wachsendem Werthe von W ausserordentlich rasch zunimmt. Wenn man z. B. mit Beibehaltung der übrigen Zahlenwerthe $W = 0$ setzte, so würde man aus den obigen Gleichungen die folgenden Werthe erhalten:

$$(472) \quad U_1 - U_0 = 776, \quad (473) \quad Q_1 - Q_0 = 1192,$$

$$(474) \quad \frac{v_0}{v_1} = 11,56.$$

Die wirkliche Dichtigkeit am Ende des Processes ist also etwa 37000mal so gross als diejenige Dichtigkeit, welche die Gasmasse ohne das Latentwerden der Wärmequantität W (oder

bei Wiederaufführung einer gleich grossen Wärmequantität) erreicht haben würde.

Von der Zulässigkeit der obigen Schlussreihe kann man sich auch direct überzeugen, indem man für die Verhältnisszahl v_0/v_1 einen unteren Grenzwert n berechnet, in Bezug auf welchen behauptet werden darf, dass derselbe jedenfalls kleiner ist als der wirkliche Werth jener Verhältnisszahl. Man findet diesen Grenzwert n , indem man zunächst $T_1 = T + t$ und $T_0 = T - t$ setzt. Aus Gleich. (468) ergibt sich alsdann, dass v_0/v_1 um so kleiner wird, je kleiner die Grösse t angenommen wird. So z. B. würde man für $T = 2500^\circ$ die folgenden zusammengehörigen Werthe erhalten:

$t =$	1000	500	0
$\frac{v_0}{v_1} =$	431 000	65 050	15 630

Wenn man demgemäss $t = 0$, also $T_1 = T_0 = T$ und $v_0/v_1 = n$ setzt, so nimmt jene Gleichung die folgende Form an:

$$(475) \quad A \log n = \frac{W}{(R_1 - R_0) T} \log \left(\frac{R_1}{R_0} \right),$$

und zeigt in dieser Form, dass n um so kleiner wird, je grösser T angenommen wird.

Bei atmosphärischem Drucke entspricht der halbvollendeten Dissociation eine absolute Temperatur von etwa 2300 Grad, und für diesen Werth von T ergibt sich aus obiger Gleichung der Werth $n = 36180$. Bei kleineren Drucken würde auch für die Dissociationstemperatur T ein kleinerer Werth einzusetzen sein. Wenn also in Bezug auf den oben untersuchten adiabatischen Dissociationsprocess die Annahme gemacht wird, dass der Druck der Gasmasse bei halbvollendeter Dissociation die Grösse des atmosphärischen Druckes noch nicht erreicht hatte, so wird man unter den hier gemachten Voraussetzungen behaupten dürfen, dass der wirkliche Werth des Verhältnisses v_0/v_1 jedenfalls grösser als 36180 sein muss.

Die Resultate der obigen Untersuchung kann man sich auf die in Fig. 19 angedeutete Weise veranschaulichen, indem

man d
mit d
pera
gebiet
ser FL
terrass
darges
batic
sitzen
zwei E
den be
ses Geb
Jedem
tropie
serdam
eine be
adiabat
jede vo
in drei
tionsge
und (4
gebiete
schen

W
mit γ
der Gl

(476)

Für di
gebiete
die folg

Au
obigen
setze zu

man das Gesetz, nach welchem die absolute Temperatur T mit den Werthen von p und v sich ändert, mittelst der Temperaturfläche geometrisch darstellt. Das Dissociationsgebiet erscheint in dieser Fläche durch einen terrassenartigen Absatz dargestellt, und die adiabatischen Curven besitzen infolge dessen je zwei Eckpunkte, welche den beiden Grenzen dieses Gebietes entsprechen. Jedem bestimmten Entropiewerthe des Wasserdampfes entspricht eine bestimmte Lage der adiabatischen Curve, und jede von diesen Curven wird durch ihre beiden Eckpunkte in drei Strecken zerlegt. Für den innerhalb des Dissociationsgebietes liegenden Theil gelten die Gleichungen (462) und (466), während oberhalb und unterhalb des Dissociationsgebietes die Curve dem für ideale Gase geltenden Poisson'schen Gesetze folgt.

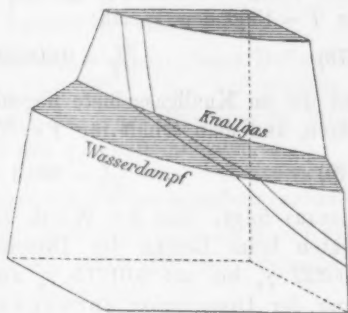


Fig. 19.

Wenn man das Gewicht der Gasmasse pro Cubikmeter mit γ bezeichnet und demgemäss $\gamma v = 1$ setzt, so kann man der Gleichung (467) auch die folgende Form geben:

$$(476) \quad \frac{d\gamma}{dT} = \frac{\gamma}{A} \frac{\{ (c_1 - c_0) T + c_0 T_1 - c_1 T_0 + W \}}{\{ (R_1 - R_0) T^2 + (R_0 T_1 - R_1 T_0) T \}}.$$

Für die beiden Endpunkte der innerhalb des Dissociationsgebietes liegenden Strecke erhält man aus dieser Gleichung die folgenden zusammengehörigen Zahlenwerthe:

$$\left\{ \begin{array}{l} T = 1500 \\ \gamma = \gamma_0 \\ \frac{d\gamma}{dT} = 0,01215 \cdot \gamma_0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} T = 3500 \\ \gamma = 431\,000 \cdot \gamma_0 \\ \frac{d\gamma}{dT} = 1523 \cdot \gamma_0. \end{array} \right.$$

Ausserhalb des Dissociationsgebietes ist der Werth des obigen Differentialquotienten nach dem Poisson'schen Gesetze zu berechnen aus der Gleichung $T \cdot v^{k-1} = \text{Const.}$, oder:

$$(477) \quad \frac{d\gamma}{dT} = \frac{\gamma}{(k-1)T}.$$

Hierin kann für die im Wasserdampfgebiete liegende Strecke annäherungsweise $k = 1,3$ gesetzt werden, und man erhält für $T = 1500$ den Werth:

$$(478) \quad \frac{d\gamma}{dT} = 0,00222 \cdot \gamma_0.$$

Für die im Knallgasgebiete liegende Strecke ist $k = 1,41$ zu setzen, und man erhält für $T = 3500$ den Werth:

$$(479) \quad \frac{d\gamma}{dT} = 300,3 \cdot \gamma_0.$$

Hieraus folgt, dass der Werth des obigen Differentialquotienten beim Beginn der Dissociation sprungweise von $0,00222 \cdot \gamma_0$ bis auf $0,01215 \cdot \gamma_0$ zunimmt und bei Beendigung der Dissociation sprungweise von $1523 \cdot \gamma_0$ bis auf $300,3 \cdot \gamma_0$ abnimmt.

Der Differentialquotient von Q , nach T genommen, hat nach Gleichung (453) die Grösse:

$$(480) \quad \frac{dQ}{dT} = \frac{dU}{dT} + A \frac{d(pv)}{dT}.$$

Für die beiden auf der rechten Seite stehenden Differentialquotienten, von denen der erstere aus den Gleichungen (458) und (457), der letztere aus Gleichung (466) berechnet werden kann, erhält man die folgenden Ausdrücke:

$$(481) \quad \frac{dU}{dT} = c_0 + \frac{W + (c_1 - c_0)(T - T_0)}{T_1 - T_0},$$

$$(482) \quad \frac{d(pv)}{dT} = R_0 + \frac{(R_1 - R_0)(2T - T_0)}{T_1 - T_0}.$$

Aus diesen Gleichungen ergeben sich die folgenden zusammengehörigen Zahlenwerthe:

T	$=$	1500	3500	$A \frac{d(pv)}{dT}$	$=$	0,1524	0,2632
$\frac{dU}{dT}$	$=$	2,02	2,056	$\frac{dQ}{dT}$	$=$	2,1724	2,3192

Ausserhalb des Dissociationsgebietes ist $dQ/dT = c_p$ zu setzen, und zwar ist für das Wasserdampfgebiet $c_p = 0,48$, für das Knallgasgebiet $c_p = 0,5721$ zu setzen.

Wenn man nunmehr die oben für den Differentialquotienten $d\gamma/dT$ gefundenen Werthe durch die hier für dQ/dT

gefundenen Werthe dividirt, so erhält man für den Differentialquotienten dy/dQ die folgenden Werthe:

$$T = \begin{matrix} 1500 & 3500 \\ \frac{d\gamma}{dQ} = \begin{cases} 0,00463 \cdot \gamma_0 & \begin{cases} 656 \cdot \gamma_0 \\ 0,00559 \cdot \gamma_0 \end{cases} \end{cases} \end{matrix}$$

Beim Beginn der Dissociation wächst dieser Differentialquotient sprunghaft von $0,00463 \cdot \gamma_0$ bis auf $0,00559 \cdot \gamma_0$, während derselbe bei Beendigung der Dissociation sprunghaft von $656 \cdot \gamma_0$ bis auf $525 \cdot \gamma_0$ abnimmt.

§ 47. Dissociationsgebiet der Wasserdampfatosphäre.

In der Atmosphäre eines Weltkörpers, an dessen Oberfläche die Fallbeschleunigung gleich Ng ist, entspricht der Tiefenzunahme dz die Druckzunahme:

$$(483) \quad dp = N\gamma dz = \frac{Ndz}{v},$$

und wenn man den hieraus für das Product vdp zu entnehmenden Ausdruck in Gleichung (455) einsetzt, so erhält man für die entsprechende Zunahme der Totalwärme den Werth:

$$(484) \quad dQ = ANdz.$$

Für einen Weltkörper von der Grösse und Masse der Sonne ist $N = 27,4$ zu setzen, und es wird:

$$(485) \quad \frac{dQ}{dz} = \frac{27,4}{424} = 0,0647.$$

Wenn die Grösse z in Meilen (statt in Metern) ausgedrückt wird, so ergibt sich für den obigen Differentialquotienten der Werth:

$$(486) \quad \frac{dQ}{dz} = 7420 \cdot 0,0647 = 480.$$

Mit zunehmender Tiefe wächst also die Totalwärme eines Kilogramms um $0,0647$ Wärmeeinheiten pro Meter oder um 480 Wärmeeinheiten pro Meile.

Da nach Gleichung (470) während der Dissociation des Wasserdampfes die Totalwärme um etwa 4492 Wärmeeinheiten zunimmt, so ergibt sich hiernach für die Höhe des Dissociationsgebietes der adiabatischen Wasserdampfatosphäre der Werth:

$$(487) \quad z_1 - z_0 = \frac{4492}{480} = 9,36 \text{ Meilen.}$$

Indem man die am Schlusse des vorigen Paragraphen für den Differentialquotienten:

$$(488) \quad \frac{d\gamma}{dz} = \frac{d\gamma}{480 \cdot dz}$$

gefundenen Werthe mit 480 multiplicirt, erhält man für den Differentialquotienten $d\gamma/dz$ die folgenden Werthe:

$$\begin{array}{ccc|l} z = & z_0 & z_1 & \frac{d\gamma}{dz} = \begin{cases} 2,222 \cdot \gamma_0 \\ 2,684 \cdot \gamma_0 \end{cases} \begin{cases} 315\,000 \cdot \gamma_0 \\ 252\,000 \cdot \gamma_0 \end{cases} \\ T = & 1500 & 3500 & \end{array}$$

An der oberen Grenze des Dissociationsgebietes wächst also dieser Differentialquotient sprunghaft von $2,222 \cdot \gamma_0$ bis auf $2,684 \cdot \gamma_0$, und an der unteren Grenze nimmt derselbe sprunghaft ab von $315\,000 \cdot \gamma_0$ bis auf $252\,000 \cdot \gamma_0$.

Wenn man das Gesetz, nach welchem die Dichtigkeit mit der Tiefe zunimmt, durch eine Curve geometrisch darstellt, so ergibt sich, dass dem Werthe $z = z_0$ eine ein-

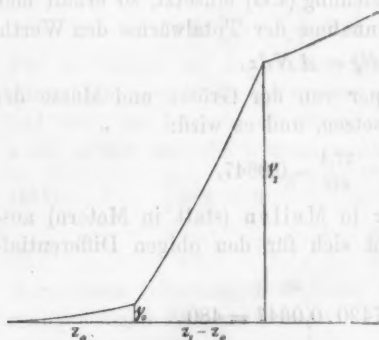


Fig. 20.

springende und dem Werthe $z = z_1$ eine vorspringende Ecke entspricht (Fig. 20). Das zwischen diesen beiden Eckpunkten liegende, steiler ansteigende Stück der Curve veranschaulicht das raschere Wachsen der Dichtigkeit innerhalb des Dissociationsgebietes.

Nach Gleich. (471) ist die Dichtigkeit an der unteren Grenze des Dissociationsgebietes etwa 431 000 mal so gross als an der oberen Grenze. Es ist daher denkbar, dass die Atmosphäre an der unteren Grenze eine Dichtigkeit besitzt, welche gross genug ist, um den Durchgang der Lichtstrahlen fast gänzlich zu verhindern, während dieselbe an der oberen Grenze nahezu vollkommen durchsichtig ist. Da aus einer

En
der
Sec
sol
ein
biet

Tief
die
(489)

in w
z =
man

(490)

aus
einst
teren
und
Wert

(491)

(492)

I
kann
der G

(493)

(494)

wenn
infolg
sich e
bei w
Lussac
entspr
werthe

Ann. d.

Entfernung von 20 Millionen Meilen betrachtet die Dicke der Dissociationsschicht unter einem Gesichtswinkel von 0,1 Secunde erscheinen würde, so müsste der Weltkörper unter solchen Umständen dem unbewaffneten Auge den Anblick einer scharf begrenzten leuchtenden Scheibe darbieten.

Unterhalb des Dissociationsgebietes gilt für die der Tiefenzunahme dz entsprechenden Zunahmen von Q und T die Gleichung:

$$(489) \quad dQ = c_p dT = 480 \cdot dz,$$

in welcher $c_p = 0,5721$ zu setzen ist. Für die dem Werthe $z = z_2$ entsprechenden Werthe $Q = Q_2$ und $T = T_2$ erhält man hiernach die Gleichung:

$$(490) \quad z_2 - z_1 = \frac{0,5721 (T_2 - T_1)}{480} = \frac{Q_2 - Q_1}{480},$$

aus welcher man für $T_1 = 3500$ und $T_2 = 100\,000$ (indem man einstweilen voraussetzt, dass vor dem Erreichen dieser letzteren Temperatur eine Dissociation der Gase Wasserstoff und Sauerstoff noch nicht stattgefunden hat) die folgenden Werthe erhält:

$$(491) \quad z_2 - z_1 = 115 \text{ Meilen},$$

$$(492) \quad Q_2 - Q_1 = 55200 \text{ Wärmeeinheiten.}$$

Der dem Werthe $z = z_2$ entsprechende Werth $\gamma = \gamma_2$ kann nach dem Poisson'schen Gesetze berechnet werden aus der Gleichung:

$$(493) \quad \frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{1}{k-1}} = \left(\frac{100\,000}{3500} \right)^{2,44} = 3568, \text{ oder:}$$

$$(494) \quad \frac{\gamma_2}{\gamma_0} = 3568 \cdot 431\,000 = 1\,538\,000\,000,$$

wenn vorausgesetzt wird, dass γ_0 sehr klein ist, und dass infolge dessen der aus dieser Gleichung für die Grösse γ_2 sich ergebende Werth diejenige Grenze nicht überschreitet, bei welcher die annähernde Gültigkeit des Mariotte-Gay-Lussac'schen Gesetzes aufhören würde. Dieser Voraussetzung entspricht die Annahme eines hinlänglich grossen Entropiewerthes der Atmosphäre.

Jedem bestimmten Entropiewerthe entspricht eine bestimmte Lage des Durchschnittspunktes der adiabatischen Curve mit der Isotherme von Null Grad Celsius, und der diesem Durchschnittspunkte entsprechende Werth von v kann in gewissem Sinne als Maass der Entropie gelten, insofern die Grösse desselben mit dem Entropiewerthe stetig zunimmt. Für diesen Volumenwerth $v = v' = 1/\gamma'$ erhält man nach dem Poisson'schen Gesetze die Gleichung:

$$(495) \quad \frac{v'}{v_0} = \frac{\gamma_0}{\gamma'} = \left(\frac{1500}{273} \right)^{\frac{10}{3}} = 292,7, \text{ oder:}$$

$$(496) \quad \frac{v'}{v_2} = \frac{\gamma_2}{\gamma'} = 450\,000\,000\,000.$$

Wenn man beispielsweise $\gamma_2 = 1000$ kg setzte, so würde man den Werth $v' = 450$ Millionen Cubikmeter erhalten; d. h. wenn in der Tiefe z_2 die Dichtigkeit der Atmosphäre gleich der des Wassers wäre, so betrüge das spezifische Volumen an der Stelle, wo die Temperatur gleich Null Grad Celsius ist, mehr als das Zweimillionenfache von demjenigen Volumen, welches der gesättigte Dampf bei dieser Temperatur besitzt. In diesem Falle würde also die Bedingung für die Gültigkeit des am Schlusse des § 45 gefundenen Satzes annäherungsweise als erfüllt zu betrachten sein, nach welchem die oberhalb des Dissociationsgebietes befindliche Wasserdampf-atmosphäre in ihrer ganzen Höhe als eine ideale Gas-atmosphäre behandelt werden dürfte. Die Höhe derselben würde hiernach berechnet werden können aus der Gleichung:

$$(497) \quad z_0 = \frac{Q_0}{480} = \frac{c_p T_0}{480}.$$

Wenn man hierin $T_0 = 1500$ und $c_p = 0,48$ setzt, so erhält man die Werthe $Q_0 = 720$ Wärmeeinheiten und $z_0 = 1,5$ Meilen. Hiernach würden für die Grössen z , T , Q , γ die in der folgenden Tabelle zusammengestellten Zahlenwerthe sich ergeben:

z	$= 0$	1,5	10,86	125,86
T	$= 0$	1500	3500	100 000
Q	$= 0$	720	5212	60 412
γ	$= 0$	1	431 000	1 538 000 000
γ_0				

Die Art und Weise, in welcher das Gesetz der Dichtkeitszunahme durch die Grösse der Dissociationswärme beeinflusst wird, erkennt man am besten, indem man die obige Rechnung unter Annahme des fingirten Falles $W=0$ wiederholt, wobei man mit Benutzung der Gleichungen (473) und (474) zu den folgenden Resultaten gelangen würde:

$z = 0$	1,5	10,86	125,86
$T = 0$	1500	9268	105 768
$Q = 0$	720	5212	60 412
$\gamma = 0$	1	124,4	47 276
γ_0			

Die Vergleichung dieser beiden Tabellen zeigt, dass in der Tiefe von 125,86 Meilen die wirkliche Dichtigkeit etwa 32500mal so gross ist als diejenige Dichtigkeit, welche unter sonst gleichen Umständen für diese Stelle sich ergeben würde, wenn die Dissociationswärme W gleich Null wäre.

Nach Gleichung (494) würde dem Werthe $\gamma_2 = 1000$ kg der Werth $\gamma_0 = 1/1\,538\,000$ kg entsprechen. Hiernach erhält man aus der Mariotte-Gay-Lussac'schen Gleichung für den Druck an der oberen Grenze des Dissociationsgebietes den Werth:

$$(498) \quad p_0 = R \gamma_0 T_0 = \frac{47 \cdot 1500}{1\,538\,000} = 0,0458 \text{ kg,}$$

und da vorausgesetzt wurde, dass die Gravitationskraft an der Oberfläche des Weltkörpers 27,4mal so gross ist als an der Erdoberfläche, so folgt hieraus, dass in diesem Falle die ganze Masse der oberhalb des Dissociationsgebietes befindlichen reinen Wasserdampfatosphäre nur etwa den 600-sten Theil eines Kilogramms pro Quadratmeter der Oberfläche betragen würde. Wenn also durch directe Beobachtungen constatirt wäre, dass die Dichtigkeit der Atmosphäre in der Tiefe von einigen hundert Meilen unter der Oberfläche noch beträchtlich kleiner ist als die des Wassers, so würde hieraus geschlossen werden dürfen, dass der oberhalb des Dissociationsgebietes in der Zustandsform des reinen Wasserdampfes befindliche Theil der Atmosphäre eine Masse besitzt, welche sehr viel weniger als den 600-sten Theil eines Kilogramms pro Quadratmeter der Oberfläche beträgt.

Der obigen Untersuchung war die Annahme zu Grunde gelegt, dass vor dem Erreichen der Temperatur von 100 000 Grad eine Dissociation der beiden Gase Wasserstoff und Sauerstoff noch nicht stattgefunden hatte. Ein noch viel kleinerer Werth würde für die Masse der oberhalb des Dissociationsgebietes befindlichen reinen Wasserdampf-atmosphäre unter den hier gemachten Voraussetzungen sich ergeben, wenn vor dem Erreichen jener Temperatur eine solche Dissociation in der That stattfände, d. h. wenn unterhalb jenes ersten Dissociationsgebietes noch ein zweites Dissociationsgebiet läge, insofern das Eintreten einer neuen Dissociation ein abermaliges rascheres Wachsen der Dichtigkeit mit zunehmender Tiefe bedingen würde.

Mit zunehmender Dichtigkeit wachsen zugleich die Abweichungen vom Mariotte'schen Gesetze, insofern nach dem Ueberschreiten einer gewissen Dichtigkeitsgrenze das fernere Wachsen der Dichtigkeit langsamer erfolgt, als bei fortgesetzter Gültigkeit jenes Gesetzes der Fall sein würde. Die Art und Weise, in welcher das Gesetz der Dichtigkeitszunahme und das Gesetz der Temperaturzunahme durch diese Abweichungen vom Mariotte'schen Gesetze beeinflusst werden, kann man sich annäherungsweise verdeutlichen, indem man untersucht, wie die Zustandslinie der Atmosphäre in dem extremen Falle beschaffen sein würde: wenn beim Erreichen einer gewissen oberen Dichtigkeitsgrenze das fernere Wachsen der Dichtigkeit ganz aufhörte, und wenn zugleich bis zum Erreichen dieser Grenze das Mariotte'sche Gesetz in aller Strenge gültig bliebe.¹⁾

Aus der Voraussetzung des adiabatischen Gleichgewichtszustandes würde für diesen Fall sich ergeben, dass mit dem Wachsen der Dichtigkeit zugleich das fernere Wachsen der Temperatur aufhören müsste, insofern die Temperaturzunahme eines sinkenden Massentheilchens lediglich von der durch die Volumenverminderung desselben bedingten Compressionsarbeit herrührt. Unterhalb derjenigen Fläche, in welcher die Dichtigkeit jenen Maximalwerth erreicht, wird daher nicht nur die Dichtigkeit, sondern auch die Tempe-

1) Vgl. § 35, Fig. 16.

ratur überall constant sein. Wenn also z. B. die Entropie der Dampfatosphäre eine so geringe Grösse hätte, dass die oben mit γ_0 bezeichnete Dichtigkeit an der oberen Grenze des Dissociationsgebietes jenen Maximalwerth bereits erreichte, so würde überhaupt keine Dissociation stattfinden.

Denkt man sich in einer Dampfatosphäre von grosser Entropie infolge localen Wärmeverlustes den Entropiewerth eines Theiles der Atmosphärenmasse so weit abnehmend, dass derselbe beim Hinabsinken jenes Dichtigkeitsmaximum bereits vor dem Eintritte in das Dissociationsgebiet erreichte, so würde aus der obigen Hypothese folgen, dass diese Masse, ohne dissociirt zu werden, bis zu derjenigen Tiefe hinabsinken müsste, in welcher die benachbarte Atmosphärenmasse die gleiche Dichtigkeit besitzt, und dass sie daselbst eine beträchtliche abkühlende Wirkung hervorbringen müsste — nicht nur wegen der relativ niedrigen Temperatur, welche dieselbe aus den oberen Regionen mitbrachte, sondern auch dadurch, dass dieselbe während der allmählich sich vollziehenden Wärme- und Zustands-Ausgleichung die zu ihrer eigenen Dissociation erforderliche Wärmequantität von der umgebenden, bereits dissociirten Atmosphärenmasse entnehmen würde. Da der Process der Wärmeübertragung durch Leitung verhältnissmässig langsam sich vollzieht, so würde diese abkühlende Wirkung während eines verhältnissmässig langen Zeitraumes fort dauern können.

§ 48. Hypothesen über die Photosphäre der Sonne.

Der adiabatische Gleichgewichtszustand eines gasförmigen Weltkörpers darf im Sinne der „Mechanik“ allerdings ein Gleichgewichtszustand genannt werden, insofern man die durch den Wärmezustand bedingten physikalischen Eigenschaften der einzelnen Massentheilchen bei „statischen“ Untersuchungen als unveränderlich gegeben zu betrachten pflegt. Wenn man jedoch den Begriff des Gleichgewichtszustandes in der strengeren Bedeutung des Wortes auffasst und mit demselben die Vorstellung des „Beharrungszustandes“ verbindet, oder eines Zustandes, welcher bei gänz-

licher Abwesenheit von äusseren Einwirkungen für immer fortbestehen müsste, so wird man zugeben müssen, dass bei einem isolirt im Weltenraume schwebenden gasförmigen Weltkörper, so lange noch Wärme in demselben enthalten ist, von einem Gleichgewichtszustande überhaupt nicht die Rede sein kann, dass vielmehr ein solcher Weltkörper niemals zur Ruhe gelangen kann, weil die fortdauernde Ausstrahlung von Wärme in den leeren Raum das Zustandekommen eines solchen Ruhezustandes stets verhindern wird. Die Wirkung dieser Wärmeausstrahlung kann man sich verdeutlichen, indem man statt des „continuirlichen“ zunächst einen „discontinuirlichen“ Ausstrahlungsprocess voraussetzt, d. h. indem man annimmt, dass die Perioden der Wärmeausstrahlung voneinander getrennt sind durch Zeitintervalle, in denen keine Wärmeausstrahlung stattfindet.

Wenn die Dichtigkeit eines im adiabatischen Gleichgewichtszustande befindlichen gasförmigen Weltkörpers im Mittelpunkte desselben so gross vorausgesetzt wird, dass die Masse daselbst nahezu als undurchdringlich für Wärmestraahlen anzusehen ist, so wird die von dem centralen Theile ausgestrahlte Wärmequantität verschwindend gering sein, weil die denselben umgebenden Schichten die Ausstrahlung fast vollständig verhindern. Die von der Oberflächenschicht ausgestrahlte Wärmequantität wird wegen der daselbst herrschenden niedrigen Temperatur ebenfalls verschwindend klein sein. Hieraus folgt, dass es unter den einzelnen concentrischen Schichten, aus welchen man sich die ganze Kugel zusammengesetzt denken kann, eine bestimmte Schicht geben muss, in welcher die Wärmeausstrahlung ein Maximum erreicht.

Dem Zustande eines jeden Massentheilchens entspricht ein bestimmter Punkt in der Temperaturfläche, und die Zustandsänderungen können als Bewegungen dieser Zustandspunkte längs der Temperaturfläche aufgefasst werden. Jede Wärmeabgabe bedingt einen Entropieverlust oder eine Abnahme des Werthes der isentropischen Constanten. Während bei dem ursprünglichen adiabatischen Gleichgewichtszustande die Zustandspunkte sämmtlicher Schichten in einer

und derselben adiabatischen oder isentropischen Curve lagen, werden infolge der Wärmeausstrahlung die Zustandspunkte der einzelnen Schichten nach Maassgabe ihres Entropieverlustes in tiefer liegende isentropische Curven hinabrücken, und infolge dessen wird die Zustandslinie des Weltkörpers nunmehr eine von der ursprünglichen isentropischen Zustandslinie abweichende Form und Lage annehmen.

Wenn die Wärmeabgabe einer jeden Schicht ihrer absoluten Temperatur proportional wäre, und der Entropieverlust infolge dessen überall dieselbe Grösse hätte, so würde die neue Zustandslinie wiederum eine isentropische Curve sein. Da jedoch die Wärmeausstrahlung in den leeren Raum einer höheren Potenz der absoluten Temperatur proportional zunimmt, so wird der Entropieverlust in der Richtung von der Oberfläche nach dem Mittelpunkt zunächst wachsen, später aber wieder abnehmen, da im Mittelpunkt selbst die Wärmeausstrahlung verschwindend gering ist. Der Entropieverlust wird daher in einer bestimmten Schicht ein Maximum erreichen, und zwar in einer Schicht, welche der Oberfläche näher liegt als die oben erwähnte Schicht der stärksten Wärmeausstrahlung.

Annäherungsweise kann man sich die hierdurch bedingte Zustandsänderung des ganzen Weltkörpers veranschaulichen, indem man annimmt, dass ausschliesslich in dieser einen Schicht ein Entropieverlust stattfand, und dass alle übrigen Schichten ihren ursprünglichen gemeinschaftlichen Entropiewerth beibehielten. In diesem Falle würde zunächst ein Uebergang aus dem indifferenten in den labilen Gleichgewichtszustand stattfinden, weil die jener Schicht angehörigen Massentheilchen nunmehr eine Dichtigkeit besitzen, welche grösser ist als die der zunächst unterhalb derselben befindlichen Schicht.

Bei fortdauernder Wärmeausstrahlung wird der Entropieverlust, sowie die Stärke der Schicht, in welcher der Entropieverlust stattfand, allmählich zunehmen, und diese Zunahme ist in gewissem Sinne gleichbedeutend mit der Aufspeicherung eines Vorrathes von latenten Bewegungsursachen, welche in jedem Augenblicke zur Wirkung ge-

langen können, sobald infolge irgend welcher Zufälligkeiten eine wenn auch noch so geringfügige Bewegung einmal entstanden war. Die jener Schicht angehörenden Massentheile beginnen alsdann, infolge ihrer grösseren Dichtigkeit in die Tiefe zu sinken, wobei ihr Zustandspunkt anfänglich längs einer isentropischen Curve sich verschieben wird, und zwar längs derjenigen, welche dem kleiner gewordenen Werthe ihrer isentropischen Constanten entspricht. Da das Sinken der oberen schwereren ein gleichzeitiges Emporsteigen der unteren leichteren Massen bedingt, so bilden sich zwei Gruppen von radial gerichteten Strömungen, von denen die eine nach dem Mittelpunkte, die andere nach der Oberfläche gerichtet ist. Durch diese Strömungen, welche fortwährend kältere mit wärmeren Massen in Berührung bringen, wird allmählich eine Ausgleichung der Entropiewerthe oder eine Wiederherstellung des adiabatischen Gleichgewichtszustandes herbeigeführt werden, und zwar wird die neue adiabatische Zustandslinie tiefer liegen als die ursprüngliche.

Die Intensität dieser Ausgleichungsströme wird abhängen von dem Maasse, in welchem während der Dauer des labilen Gleichgewichtszustandes eine Aufspeicherung von Bewegung erzeugenden Ursachen stattgefunden hatte. Die Intensität wird gering sein, wenn unmittelbar nach dem Entstehen der Entropiedifferenz bereits die Wiederausgleichung begann. Wenn jedoch die Wärmeausstrahlung und der durch dieselbe herbeigeführte labile Gleichgewichtszustand längere Zeit hindurch fortgedauert hatten, so ist der Fall denkbar, dass die emporsteigenden Massen eine verhältnissmässig grosse lebendige Kraft erreichen und vermöge derselben bis über die Gleichgewichtsoberfläche der Kugel hinaus sich erheben, während andererseits das plötzliche gleichzeitige Versinken grösserer Massen in die Tiefe zeitweilig beträchtliche locale Depressionen der Oberfläche verursachen kann. Die Wahrscheinlichkeit des Eintretens dieses letzteren Falles wird begünstigt durch gänzliche Abwesenheit von störenden äusseren Einwirkungen, wie z. B. von Aenderungen der Anziehungskräfte, welche von ausserhalb befindlichen Massen auf den Weltkörper ausgeübt werden.

den
von
hand
keit

ganz
hohe
Vert
wird
stand
der
Beob
schei
in w
erzeu
habe
Hypo
Proj
die d

obach
dass
gebi
der in
an g
rer A
nend
fläche
von
letzte
könn

von
„wol

1)

2)

Die Lage der Schicht, deren Entropieverlust zunächst den labilen Gleichgewichtszustand herbeiführte, wird abhängen von dem Gesetze, nach welchem bei dem ursprünglich vorhandenen adiabatischen Gleichgewichtszustande die Dichtigkeit und die Temperatur mit wachsender Tiefe zunehmen.

Dass die Zustandslinie der „Sonne“ im grossen und ganzen die Form der adiabatischen Curve hat, darf als in hohem Grade wahrscheinlich betrachtet werden. Denn jede Verticalströmung im Inneren eines gasförmigen Weltkörpers wird auf Herbeiführung des adiabatischen Gleichgewichtszustandes hinwirken, und dass solche Verticalströmungen in der Sonnenmasse wirklich vorkommen, ist durch zahlreiche Beobachtungen constatirt worden. Man darf ferner als wahrscheinlich annehmen, dass in der Sonne diejenige Schicht, in welcher jene durch den Entropieverlust beständig neu erzeugten Bewegungsursachen ihren hauptsächlichen Sitz haben, mit der „Photosphäre“ zusammenfällt. Nach dieser Hypothese würden die „Lichtkörner“ der Photosphäre als Projectionen der aufsteigenden Ströme zu deuten sein, und die dunklen Zwischenräume als die der abwärts gerichteten.

Wenn man ausserdem noch die nach Lockyer's¹⁾ Beobachtungen wohlbegründet erscheinende Hypothese aufstellt, dass mit der Photosphäre zugleich das „Dissociationsgebiet“ der Sonnensubstanz zusammenfällt, so würde aus der in den vorigen Paragraphen entwickelten — wegen Mangels an genügenden Erfahrungsgrundlagen allerdings noch weiterer Ausbildung bedürftigen — Dissociationstheorie anscheinend die Möglichkeit sich ergeben, die an der Sonnenoberfläche bisher beobachteten Erscheinungen ohne Annahme von Condensationsprocessen zu erklären, gegen welche letztere Annahme verschiedene Einwände erhoben werden können.

Die Hypothese, nach welcher die Photosphäre als ein von flüssigen oder festen Condensationsproducten erfülltes „wolkenartiges“ Gebilde zu deuten ist²⁾, würde nach § 45

1) N. Lockyer, Proc. Roy. Soc. 31. p. 348. Beibl. 5. p. 288.

2) Charles S. Hastings, Sillim. Journ. 20. p. 33. Beibl. 5. p. 188.

die Annahme eines verhältnissmässig kleinen Entropiewerthes der Sonnensubstanz bedingen, und wenngleich die Eigenschaften der letzteren nur ungenügend bekannt sind, so darf doch als wahrscheinlich angenommen werden, dass aus dieser Annahme nach dem adiabatischen Gesetze eine beträchtliche Dichtigkeit der Sonnenmasse schon in geringer Tiefe unter der Gleichgewichtsoberfläche sich ergeben würde, was anscheinend den Beobachtungen widerspricht. Auch scheint die Annahme von Condensationsprocessen im Widerspruche zu stehen mit dem Linienspectrum der „Protuberanzen“, insofern es bei der vielfach beobachteten, sehr grossen Geschwindigkeit des Emporsteigens der Protuberanzenmassen schwer zu erklären sein würde, dass keine Condensationsproducte mit emporgerissen werden, in welchem letzteren Falle ein continuirliches Spectrum entstehen müsste.

Wenn man dagegen statt des Condensationsprocesses einen Dissociationsprocess annimmt, so würde (nach Fig. 20) die scharfe Begrenzungslinie der leuchtenden Sonnenscheibe vielleicht eine genügende Erklärung finden in der rapiden Dichtigkeitszunahme, welche mit dem Dissociationsprocess verbunden ist. Auch würde die Entstehung und das längere Fortbestehen der „Sonnenflecken“ auf die am Schlusse des vorigen Paragraphen angegebene Weise anscheinend erklärt werden können durch die Annahme, dass in einer gewissen, nicht sehr grossen Tiefe unter der Photosphäre die Sonnensubstanz bereits eine Dichtigkeit erreicht, welche von dem Maximum derselben nur noch wenig verschieden ist, und dass hierdurch eine Hemmung der sinkenden Bewegung, zugleich auch gelegentlich eine grössere Ansammlung von kälteren, dichteren Massen verursacht wird.

Eine endgültige Beantwortung der hier angeregten, einstweilen noch als eine offene zu behandelnden Frage, ob die an der Sonnenoberfläche beobachteten Erscheinungen als Wirkungen von Condensationsprocessen zu deuten sind oder als Wirkungen von Dissociationsprocessen, darf vielleicht demnächst von der Spectralanalyse erwartet werden.

VII. Beiträge zur Theorie des Electromagnetismus; von W. Siemens.

(Aus dem Berl. Monatsber. vom 23. Juni 1881; mitgetheilt vom Hrn. Verf.)

Veranlassung zu dieser Untersuchung gab mir die Frage, welchen Einfluss auf die Grösse der Magnetisirung der im Eisen eines Electromagnets bereits vorhandene oder gleichzeitig in ihm in einer anderen Richtung durch äussere Kräfte hervorgerufene Magnetismus ausübt.

Die Ampère'sche Theorie verlangt die Annahme eines solchen Einflusses, wenn man mit Wilhelm Weber annimmt, dass der Magnetismus, in Uebereinstimmung mit Müller's Versuchen, in den magnetischen Körpern stets vollständig, aber in einer begrenzten Menge vorhanden ist. Gibt es aber nur eine begrenzte Zahl von Elementarmagneten oder von sie ersetzenden Solenoiden im Eisen, so kann eine magnetisirende oder richtende Kraft nicht dieselbe Wirkung haben, wenn eine auf ihr senkrecht stehende Richtkraft gleichzeitig auf die Elementarmagnete drehend einwirkt. Es ergibt sich dies für das Maximum der Magnetisirung ohne weiteres aus der Betrachtung, dass man zwei gleichzeitig auf eine Eisenmasse wirkende Kräfte, die dieselbe in zwei senkrecht aufeinander stehenden Richtungen zu magnetisiren bestrebt sind, immer durch eine dritte in der Richtung und Stärke der Resultante dieser Kräfte wirkende Kraft ersetzen kann. Die Magnetisirung der Eisenmasse wird daher im Sinne der Resultante der magnetisirenden Kräfte erfolgen und wird in dieser Richtung ihr Maximum erreichen. Das magnetische Moment der in der Richtung dieser Resultante gerichteten Elementarmagnete muss daher in der Richtung der wirksamen, hier als gleich gross angenommenen Kräfte $\sqrt{2}$ betragen. Es muss dies wenigstens dann der Fall sein, wenn der magnetisirte Eisenkörper eine Kugel ist und das Maximum der Magnetisirung in der Richtung der Componente der Kräfte wirklich erreicht wird. Für Eisenmassen mit verschiedenen Dimensionen complicirt sich diese Betrachtung durch die Verschiedenheit der gegensei-

tigen Verstärkung des Magnetismus, welche die magnetisirten Eisenmoleculé aufeinander ausüben, worauf ich später zurückkommen werde.

Durch Versuche ist diese Folgerung aus der Ampère-Weber'schen Theorie bisher meines Wissens noch nicht bestätigt. Es hat dies zum Theil wohl darin seinen Grund, dass der Vorgang der Magnetisirung der magnetischen Körper überhaupt noch nicht in allen Richtungen aufgeklärt ist, wodurch die experimentelle Entscheidung einer bestimmten Frage sehr erschwert wird, zum Theil bei dieser speciellen Frage aber darin, dass es schwer fiel, den störenden Einfluss der starken magnetisirenden Kräfte selbst auf die Messung eines bestimmten magnetischen Momentes des Eisens zu eliminiren. Um dies zu erzielen, war es nöthig, besonders geformte Electromagnete in Anwendung zu bringen, bei denen sowohl die magnetisirende Kraft wie der von ihr im Eisen erzeugte Magnetismus der einen Richtung ohne Einfluss auf die Angaben des Messapparates blieben, mit dem die Magnetisirung in einer anderen Richtung gemessen wurde.

Diese Bedingung wird erfüllt durch ein gerades Eisenrohr, welches mit der Axe parallel laufenden, isolirten Drähten derart umwunden ist, dass die äussere und die innere Wandfläche des Rohres gleichförmig mit parallelen Drähten bedeckt sind. Eine solche longitudinale Umwindung — wie sie bei dem in der Electrotechnik vielfach benutzten Pacinotti'schen Ringe zur Verwendung kommt — bewirkt, wenn sie von einem electrischen Strome durchlaufen wird, in allen ihren Theilen eine Magnetisirung der Rohrwand im Sinne der Tangenten des Rohres, sodass das Rohr einen in sich selbst geschlossenen Ringmagnet darstellt. Wie Kirchhoff¹⁾ nachgewiesen hat, übt ein solcher, in sich geschlossener Ringelectromagnet keine Wirkung nach aussen aus. Für die Axe des Eisenrohres ergibt sich dies auch schon aus der Betrachtung, dass alle Theile der Rohrwand, sowie die longitudinalen Windungen symmetrisch zu der Axe liegen und dass die magnetische Fernwirkung entgegengesetzt liegen-

1) G. Kirchhoff, Pogg. Ann. Ergbd. 5. p. 1. 1871.

der
auf
wiel
gew
das
so i
und
Axe
sen,
und
der

inne
ben
dick
wun
dung
Roh
hera
wurd
comp
ren
durch

Meri
aperi
Strom
Spira
ausso
erzeu
einan
zeitig
Die A
desse
stärk

lenku
die ä

der Windungen und magnetisirter Eisentheile sich in Bezug auf sie aufhebt. Umgibt man nun das longitudinal umwickelte Eisenrohr mit einer zweiten äusseren, transversal gewickelten Spirale, welche, von einem Strome durchlaufen, das Eisenrohr im Sinne der Axe des Rohres magnetisirt, so ist die Summe der magnetischen Momente der Spirale und des Eisenrohres in dieser Richtung an einem in der Axe des Rohres aufgestellten Spiegelmagnetometer zu messen, während ein Strom durch die longitudinalen Windungen und der durch sie hervorgerufene tangentielle Magnetismus der Rohrwand ohne Einfluss auf das Magnetometer bleiben.

Bei den Versuchen wurde ein Eisenrohr von 15 mm innerem Durchmesser, 150 mm Länge und 3 mm Wandstärke benutzt, welches mit 36 longitudinalen Windungen von 1 mm dickem Kupferdrahte versehen war. Das longitudinal umwundene Rohr wurde in eine Drahtspirale aus 328 Windungen gleichen Drahtes von 100 mm Länge gesteckt. Das Rohr ragte etwa 25 mm auf beiden Seiten aus der Spirale heraus. Die Wirkung der Spirale auf das Galvanometer wurde durch eine zweite, von der ersteren entfernten Spirale compensirt, welche eine Verlängerung des Drahtes der ersteren bildete, sodass beide Spiralen stets von demselben Strome durchlaufen wurden.

Wurde nun das so umwundene Eisenrohr senkrecht zum Meridian in die Richtung nach einem Magnetometer mit aperiodisch schwingendem Glockenmagnet gebracht und ein Strom von etwa 10 Bunsen'schen Elementen durch die äussere Spirale *B* geschickt, so gab das Magnetometer einen Scalenausschlag, der ein Maass des im Sinne der Axe des Rohres erzeugten Magnetismus bildete. Es wurde demnächst nach einander eine Batterie von ein bis acht Elementen gleichzeitig in die innere (longitudinale) Spirale *A* eingeschaltet. Die Ablenkung des Magnetometers verminderte sich infolge dessen, und zwar nahm diese Verminderung mit der Verstärkung der Batterie in der longitudinalen Spirale zu.

Die Versuche wurden so angestellt, dass erst die Ablenkung des Magnetometers bei Einstellung der Batterie in die äussere (transversale) Spirale ohne Strom in der longi-

tudinalen Spirale abgelesen, dann nacheinander stärkere Batterien in die longitudinale Spirale eingeschaltet und die dann erfolgenden Ablenkungen beobachtet wurden.

Tabelle 1.

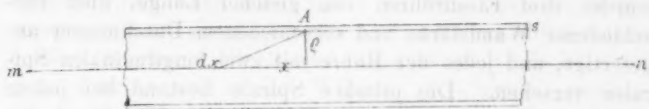
Elemente in <i>A</i>	Elemente in <i>B</i>	Strom in <i>A</i>	Strom in <i>B</i>	Ablenkung des Magnets
0	10	0	158	372
1	10	67	158	364
2	10	117	156	353
4	10	195	155	336
8	10	340	155	308
0	10	0	154	366
8	10	338	152	366
0	10	0	151	365
0	0	0	0	0

Wie hieraus ersichtlich, nahm der dem Strome in *B* entsprechende Ausschlag des Magnetometers während der Versuche ab, was offenbar von der gleichzeitigen Abnahme des Stromes in *B* herrührt. In Curve 1 sind diese Versuche auf gleich starken Strom in *B* reducirt aufgezeichnet (Abscisse: Stromstärke in *A*, Ordinate: Ausschlag des Magnetometers).

Es ist hierdurch nachgewiesen, dass der durch eine magnetisierende Kraft in einer Eisenmasse erzeugte Magnetismus kleiner wird, wenn gleichzeitig durch andere Kräfte eine Magnetisirung derselben in einer senkrecht auf ihr stehenden Richtung stattfindet. Die Umkehr der Stromrichtung in der longitudinalen Spirale bleibt dabei ganz ohne Einfluss auf die Grösse der Ablenkung.

Der Ringmagnetismus nähert sich schon bei verhältnissmässig schwachen Strömen seinem Maximum. Es rührt dies einmal davon her, dass die magnetisierende Gesamtwirkung eines von Eisen ganz umgebenen, von einem electrischen Strome durchlaufenen Drahtes eine sehr viel grössere ist, als wenn derselbe Draht um einen Eisenstab gewunden ist, und ferner von der bedeutenden verstärkenden Wirkung, die der Ankerschluss in einem kurzen Magnete auf den Magnetismus ausübt. Die magnetisierende Wirkung eines der Ein-

fachheit wegen als unendlich lang angenommenen, mit der Cylinderaxe zusammenfallenden Drahtes lässt sich durch eine einfache Rechnung bestimmen.



Es sei A ein Eisenrohr von der Länge l , dem mittleren Halbmesser q und einer geringen Wandstärke s . Es sei ferner mn die Axe des Rohres, welche mit der eines geraden unbegrenzt langen Leiters mn zusammenfällt. Das Stromelement dx wird dann auf einen in der Röhrenwand liegenden Eisenkörper von den Dimensionen $q \cdot d\alpha$, s und dl eine magnetisirende Kraft im Sinne der Tangente des Rohres ausüben, welche ausgedrückt wird, wenn mit i die Stromstärke und mit α der Peripheriewinkel bezeichnet wird, durch:

$$i \cdot dx \frac{q}{\sqrt{q^2 + x^2}} \cdot \frac{q \cdot d\alpha}{x^2 + q^2} \cdot s \cdot dl,$$

oder für den ganzen Ring durch:

$$2\pi \cdot s \cdot i \frac{q^2}{(x^2 + q^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot dx \cdot dl.$$

Der Magnetismus des ganzen Ringes im Sinne seiner Peripherie ist dann:

$$2\pi si \cdot dl \int_{-x}^{\infty} \frac{q^2 \cdot dx}{(x^2 + q^2)^{\frac{3}{2}}} = 4\pi si \cdot dl,$$

und da auf alle Ringe der ganzen Rohrlänge dieselbe Wirkung stattfindet, hat der Magnetismus des ganzen Rohres von der Länge l den Werth:

$$M = 4\pi l \cdot s \cdot i.$$

Da der Werth von q in diesem Ausdrücke nicht mehr vorkommt, so ist der Durchmesser des Rohres auf die Grösse des erzeugten Magnetismus ohne Einfluss. Der in der Eisenwand eines Rohres durch einen centralen unbegrenzten Leiter erzeugte Gesamtmagnetismus ist daher unabhängig von

dem Durchmesser des Rohres und direct proportional seiner Länge und seiner Wandstärke.

Zur Prüfung der Richtigkeit dieses Rechnungsergebnisses wurden drei Eisenröhren von gleicher Länge, aber verschiedener Wandstärke und verschiedenem Durchmesser angefertigt, und jedes der Röhre mit zwei longitudinalen Spiralen versehen. Die primäre Spirale bestand bei jedem Rohre aus 90, die secundäre aus 30 Windungen. Durch die primäre Spirale wurden Ströme wechselnder Richtung geschickt, und der in der secundären Spirale durch die Umkehr des Magnetismus erzeugte inducirte Strom durch den Ausschlag des Spiegelgalvanometers gemessen. Die Dimensionen der Eisenrohre a , b und c von 100 mm Länge waren:

	Lichtweite	Wandstärke
a)	10,8 mm	2,3 mm
b)	11,0 „	4,5 „
c)	17,5 „	4,5 „

Die Resultate der Versuche sind in Tab. 2 und den zugehörigen Curven der Tafel enthalten; in den Curven ist die Stromstärke Abscisse, der Magnetismus Ordinate. Wie aus dem Diagramm I ersichtlich, in welchem die horizontalen Abscissen die gemessene Stromstärke, die verticalen die durch die zugehörigen Inductionsspiralen erzeugten Ausschläge bedeuten, ist der durch diese gemessene Magnetismus der Wandstärke ziemlich proportional, während die grössere lichte Weite zwar einen vermindernenden Einfluss ausübt, der aber nicht bedeutend ist und durch die Art der Messung seine Erklärung findet. Genaue Uebereinstimmung liess sich bei diesen Versuchen aus dem Grunde nicht erwarten, weil die Beschaffenheit des Eisens bei Electromagneten einen wesentlichen Einfluss ausübt.

Es ist bisher nur die directe magnetisirende Wirkung, welche ein mit der Ringaxe zusammenfallender Strom auf das Eisenrohr ausübt, in Betracht gezogen, nicht die verstärkende Wirkung, welche die durch den Strom aus ihrer Gleichgewichtslage im Sinne der Magnetisirungsrichtung abgelenkten Elementarmagnete oder Solenoide aufeinander ausüben und dadurch den Magnetismus vermehren. Es ist schwer,

sich
so v
nu
Am
cula
in a
kau
weis
beli
Ein
sirt
auft
glei
elec
Am
dass
gese
best
beit
paar
ause
paar
einze
ten.
als l
ange
äuss
fläch
richt
Elem
dene
Südp
Wen
aufe
als r
cül
sein,
magn

Aun

sich von dieser verstärkenden Molecularwirkung, welche eine so wesentliche Rolle bei den electromagnetischen Erscheinungen bildet, Rechenschaft zu geben, wenn man an der Ampère-Weber'schen Anschauung festhält, dass die Molecularmagnete mit gleichmässigem Abstände ihrer Mittelpunkte in allen möglichen Richtungen gelagert sind. Es ist auch kaum denkbar und meines Wissens auch niemals nachzuweisen versucht, dass bei dieser Annahme die Wirkung der beliebig geformten Grenzsichten des Körpers ganz ohne Einfluss blieben und an keiner Stelle eines nicht magnetisirten Eisenkörpers eine Fernwirkung der Molecularmagnete auftreten könne. Diese Schwierigkeit wird gehoben und gleichzeitig eine leicht übersichtliche Erklärung für viele electromagnetische Erscheinungen gewonnen, wenn man die Ampère-Weber'sche Theorie durch die Annahme modificirt, dass jedes Eisenmolecül aus zwei einander mit entgegengesetzten Polen nahe gegenüberstehenden Elementarmagneten besteht, die zusammen in jeder Richtung frei und ohne Arbeitsaufwand drehbar sind, während jedes Molecularmagnetpaar durch äussere magnetisirende Kräfte in ähnlicher Weise auseinandergedreht wird, wie es mit einem astatischen Nadelpaare der Fall sein würde, wenn die Magnetnadeln sich einzeln in ihren parallelen Schwingungsebenen drehen könnten. Wird der Abstand der Elementarmagnete von einander als klein dem Abstände der gepaarten Molecüle gegenüber angenommen, so kann eine Fernwirkung der nicht durch äussere Kräfte magnetisirten Eisenmasse auch an den Grenzflächen des Körpers nicht eintreten. Tritt dagegen eine richtende äussere Kraft auf, so muss dieselbe die beiden Elementarmagnete der gepaarten Eisenmolecüle in verschiedenem Sinne drehen, sodass alle Nordpole der einen, alle Südpole der entgegengesetzten Richtung zugewendet werden. Wenn keine Wirkung der so magnetisirten Eisenmolecüle aufeinander stattfände, so müsste das Kräftepaar, welches als magnetisirende Kraft die Elementarmagnete eines Molecüls aus einander zu drehen bestrebt ist, gleich der Kraft sein, mit der die aus ihrer Ruhelage getriebenen Elementarmagnetpole der Drehung entgegen aufeinander wirken. Es

findet aber ausserdem eine gegenseitige Anziehung zwischen den entgegengesetzten Polen aller so gerichteten Elementarmagnete und eine Abstossung zwischen allen gleichen Polen statt, deren Resultante eine Verstärkung der durch die magnetisirende Kraft direct erzeugten Drehung ergibt. Diese verstärkende Wechselwirkung findet nur in der Richtung der Magnetisirung statt, da die Wechselwirkungen neben einander liegender Molecularmagnetgruppen sich ausgleichen. Die Erscheinung der Remanenz des Magnetismus oder der magnetischen Coërcitivkraft, sowie die Erwärmung der Electromagnete durch häufigen schnellen Polwechsel verlangen ferner die Annahme, dass sich der Drehung der Elementarmagnete gegeneinander ein Reibungswiderstand entgegensetzt, während die gepaarten Molecüle sich, wie angenommen, widerstandslos in jeder Richtung drehen können. Dieser Reibungswiderstand begrenzt die genseitige Verstärkung der Drehung der Elementarmagnete und verhindert andererseits das vollständige Verschwinden des Magnetismus nach dem Aufhören der äusseren magnetisirenden Kraft.

Durch Annahme dieser Modification der Ampère-Weber'schen Theorie finden manche bisher unklare magnetische Erscheinungen ihre einfache Erklärung. Es muss nach ihr der Magnetismus eines Eisenstabes, auf dessen sämtliche Molecüle eine gleiche magnetisirende Kraft ausgeübt wird, mit der Länge des Stabes so lange zunehmen, bis ein Gleichgewichtszustand zwischen allen Drehungs- und Reibungsmomenten sämtlicher im Ringe der Magnetisirung vor einander liegenden Molecularmagnete eingetreten ist.

Es muss die Mitte des Stabes daher am stärksten magnetisirt werden, und hier am ehesten eine Annäherung an das Maximum der Magnetisirung eintreten. Es muss ferner ein dünner Stab durch gleiche auf ihn einwirkende Kräfte stärker magnetisirt werden, sich also auch früher dem Maximum der Magnetisirung nähern wie ein dicker, da beim dünnen Stabe alle verstärkend aufeinander wirkenden Molecularmagnete mehr direct hintereinander liegen, die Gesamtwirkung daher grösser sein muss. Da die Molecüle der Endflächen der Electromagnetstäbe nur der den Magnetismus

vers
Seit
fläch
der
mag
klein
folgt
Ring
Krä
nete
Ring
Mitt
verst
in je
tisir
dure
zwei
lecul
mag
äuss
der
muss
das
einer
Rohr
mitg
sich
verh
Spir
zu n
des
tisir
über
stätt
eines
lich
über

verstärkenden Wirkung der Molecularmagnete von einer Seite ausgesetzt sind, so muss der Magnetismus der Endflächen kurzer Stäbe gleich sein der Hälfte des Magnetismus der Mitte des Stabes + der directen Magnetisirung durch die magnetisirende Kraft. Dass diese letztere directe Drehung klein ist im Vergleich mit der der gegenseitigen Verstärkung, folgt aus der starken Magnetisirung kurzer geschlossener Ring- oder Hufeisenmagnete durch schwache magnetisirende Kräfte. Bei einem solchen in sich geschlossenen Ringmagnete muss die Magnetisirung eines jeden Querschnittes des Ringes sich verhalten wie die des Querschnittes durch die Mitte eines sehr langen Magnetstabes, da im Ringe die verstärkende Wirkung ebenso wie die äussere magnetisirende in jedem Querschnitte dieselbe ist. Die Grösse der Magnetisirung eines geschlossenen Ringmagnetes wird daher einmal durch das Maximum der Magnetisirbarkeit des Eisens und zweitens durch die Summe der Reibungswiderstände der Molecularmagnete des ganzen Kreises bedingt. Bei gleicher magnetisirender Einwirkung auf alle Molecularmagnete durch äussere Kräfte muss daher die verstärkende Wirkung mit der Länge des zum Ringe gebogenen Eisens abnehmen. Es musste daher auch bei den oben beschriebenen Versuchen das weitere Rohr *c* durch gleiche magnetisirende Kräfte einen geringeren Magnetismus annehmen wie das engere Rohr *b* von gleicher Wandstärke. Wie schon aus den oben mitgetheilten Versuchen sich ergibt und durch die späteren sich noch bestimmter herausstellen wird, genügt schon ein verhältnismässig schwacher Strom in der magnetisirenden Spirale, um den Ringmagnetismus der Maximalmagnetisirung zu nähern. Es muss mithin die gegenseitige Verstärkung des Magnetismus der Molecularmagnete die directe Magnetisirung durch die äussere magnetisirende Kraft bedeutend überwiegen. Es wird dies auch durch die Thatsache bestätigt, dass eine dünne Eisenscheibe, die auf die Polfläche eines starken Magnetes gelegt wird, von diesem nicht merklich angezogen wird, wenn die Ränder der Scheibe nicht über die Polflächen hinausragen, dass aber sofort eine starke

Anziehung eintritt, wenn ein Theil der Eisenplatte über den Rand der Polfläche hinausragt.

Ein Widerspruch gegen diese Anschauung schien darin zu liegen, dass die Tragkraft von geschlossenen Hufeisenmagneten nach einigen Beobachtern mit dem Quadrat des Magnetismus, nach anderen wenigstens in einem viel höheren Verhältnisse, wie der Magnetismus selbst, zunehmen soll. Wie aus den folgenden Versuchen sich ergibt, ist die Tragkraft eines kurzen Ring- oder Röhrenmagnetes aber nahe direct proportional dem durch Induction gemessenen wirkamen Magnetismus. Dass dies der Fall sein muss, ergibt sich aus der Betrachtung, dass die magnetische Anziehung zweier unendlich naher Querschnitte des Ringes der Summe der gegenseitigen Anziehung aller magnetisirten Molecularmagnete auf beiden Seiten der Schnittfläche gleich sein muss, dass diese Summe aller anziehenden Kräfte aber auch als der im Ringquerschnitte thätige Magnetismus zu betrachten ist. Die abweichenden Beobachtungen werden durch zu grosse Länge des magnetischen Kreises, durch unvollkommene Berührung der Anker- und Magnetflächen und durch zu geringe Grösse der Berührungsflächen zu erklären sein.

Es wurde ein Röhrenmagnet von 10,8 mm lichter Weite, 2,3 mm Wandstärke und 150 mm Länge so hergerichtet, dass er durch einen durch die Rohrxaxe gehenden Schnitt in zwei Halbcylinder getheilt wurde. Die Röhrenhälften wurden sorgfältig aufeinander geschliffen und jede mit einer Hälfte der beiden Drahtspiralen umwunden. Durch passende Vorrichtungen konnte nun das Gewicht bestimmt werden, welches erforderlich war, um die Röhrenhälften auseinander zu reissen und gleichzeitig der in der Inductionsspirale bei der Trennung entstehende Inductionsstrom gemessen werden. In der folgenden Tabelle 2 enthält die erste Verticalspalte die Stromstärke der Magnetisirungsspirale, die zweite den beim Abreissen entstehenden inducirten Strom, die dritte die Abreissgewichte in Kilogrammen, die vierte den Quotienten der Zahlen der beiden letzten Spalten. Diese Quotienten der vierten Spalte sollten alle gleich sein, wenn die Tragkraft dem thätigen Magnetismus direct proportional war. Wie

ersie
Quo
Es
der
Urs

Pr
mär
Stro

23
32
44
51
69
133
195
248
296
343
297
241
190
131
68
52
41
30
19

dadr
wird
raum
nach
die
und
so v
Rob

ersichtlich, finden beträchtliche Abweichungen statt und die Quotienten nehmen mit steigender Stromstärke etwas ab. Es kann dies aber auch der grösseren Zusammenpressung der Schnittflächen, der Verbiegung und anderen mechanischen Ursachen zugeschrieben werden.

Tabelle 2.

a) Eisenrohr I.				b) Eisenrohr II.			
Wandstärke = 2,3 mm;				Wandstärke = 4,5 mm;			
Lichtweite = 10,8 mm.				Lichtweite = 11,0 mm.			
Pri- märer Strom	Secun- därer Strom	Abreiss- gewicht in kg	Secund. Strom Gewicht	Pri- märer Strom	Secun- därer Strom	Abreiss- gewicht in kg	Secund. Strom Gewicht
23,0	30,2	10,3	2,92	17,0	44,7	11,6	3,85
32,4	39,4	12,3	3,11	31,0	78,1	20,1	3,89
44,4	44,0	14,2	3,10	41,0	86,5	25,0	3,46
51,6	49,5	16,5	3,00	68,0	101,1	61,0	1,66
69,0	53,7	17,0	3,16	69,0	100,8	59,8	1,68
133,8	61,1	20,8	2,94	40,0	87,3	28,3	3,08
195,0	63,6	23,5	2,71	22,0	65,0	17,5	3,71
248,0	66,3	27,3	2,43				
296,0	68,2	28,5	2,39				
343,0	69,5	31,5	2,21				
				c) Eisenrohr III.			
				Wandstärke = 4,5 mm;			
				Lichtweite = 17,5 mm.			
297,0	68,7	28,5	2,41	24,0	38,9	10,5	3,70
241,0	66,6	26,5	2,51	36,6	63,3	24,3	2,60
190,0	65,7	26,2	2,51	47,0	75,0	34,2	2,19
131,0	58,5	24,8	2,36	68,0	89,1	41,2	2,16
68,2	55,0	17,0	3,24	140,0	104,0	53,3	1,95
52,2	51,2	17,2	2,98	140,0	103,6	51,5	2,01
41,6	47,0	15,0	3,13	71,0	91,2	38,3	2,38
30,8	40,5	12,5	3,24	50,4	81,3	32,0	2,54
19,6	27,9	9,7	2,89	37,2	69,5	27,3	2,54

Eine zweckmässigere Form ist diesem Röhrenmagneten dadurch zu geben, dass das Eisenrohr zum Kreise gebogen wird. Ist der von Eisen rings umschlossene ringförmige Hohlraum mit einer passend gewickelten Drahtspirale ausgefüllt, nachdem das kreisförmige Rohr durch einen Schnitt durch die grösste Ringebene in zwei gleiche Halbringe getheilt und dadurch das Einlegen der Drahtspirale ermöglicht ist, so wird man ohne grossen Fehler für diesen ringförmigen Rohrmagnet die oben entwickelte Formel für die Magneti-

sirung und die Tragkraft anwenden können, wenn der Radius des Ringes nicht zu klein ist.

Die Tabelle 3 gibt die mit einem solchen ringförmigen Röhrenmagneten angestellten Abreissversuche.

Tabelle 3.

Anzahl der Elemente	Primärer Strom	Secundärer Strom	Abreiss- gewicht in kg	Secundärer Strom
				Gewicht
1	20,5	50,4	31,5	1,6
2	46	58,4	42,3	1,4
3	52	63,8	46,8	1,6
4	68	69,6	47,5	1,5
5	82	71,5	49,2	1,5
6	93	72,7	51,4	1,4
8	116	73,9	57,8	1,3
10	139	76,0	58,5	1,3
20	183	77,4	65,2	1,2
4	65	69,0	49,3	1,4
3	51	66,0	45,3	1,5
2	34	61,3	37,8	1,6
1	18	52,6	29,4	1,8
1 geschlossen	12	46,0	24,9	1,7
„	8,3	38,3	18,0	2

Die beiden gleichen ringförmigen Eisenschalen, welche, aufeinander gelegt, den Röhrenmagnet bilden, waren gut aufeinander geschliffen. An jeder Schale war ein messingener Bügel befestigt, mittelst deren die Magnetschalen auseinander gerissen werden konnten. Die Spirale bestand aus 360 Windungen überspannenen Kupferdrahtes von 0,5 mm Dicke und 8,7 Einheiten Widerstand. Der innere Durchmesser derselben betrug 62 mm, der äussere 81 mm, ihr Querschnitt war mithin ein Kreis von 86 mm Durchmesser. Die Wandstärke der Eisenschalen betrug 2 mm. Zur Messung des im Röhrenmagnet entwickelten Magnetismus waren 50 Windungen feinen isolirten Drahtes mit der Drahtspirale zusammen aufgewickelt, sodass diese aus der beschriebenen Hauptspirale und einer Nebenspirale bestand, die von einander isolirt waren. Haupt- und Nebenspirale waren mit der oberen Eisenschale fest verbunden, sodass die untere Eisenschale den abzureissenden Anker bildete. Die Bewegung

nach dem Abreissen war durch eine durch den Ring hindurchgehende, am Bügel der unteren Ringschale befestigte Stange mit Anschlag auf einige Millimeter begrenzt.

Es wurde nun ein stark gedämpftes Spiegelgalvanometer durch einen passend eingerichteten Commutator in der Weise mit den beiden Spiralen verbunden, dass man bei der einen Commutatorstellung mit Hülfe einer Nebenschliessung der Hauptspirale die Stromstärke der letzteren, bei der anderen den beim Abreissen in der Inductionsspirale inducirten Strom messen konnte. Das Abreissen geschah in der Weise, dass der untere Theil der an dem Ankerbügel befestigten Stange ebenfalls mit einem Ansätze versehen war, welcher gestattete, scheibenförmige Bleigewichte mit Einschnitten, die bis zur Mitte der Scheiben reichten, auf die Stange zu schieben, die dann durch den Ansatz festgehalten wurden. War durch Aufsetzen der nöthigen Anzahl solcher Gewichte die Tragkraft des Magnetes annähernd äquilibrirt, so wurde eine ebenfalls an der Tragstange des Ankers befestigte Federwage langsam angezogen und das von ihr im Augenblicke des Abreissens angezeigte Gewicht notirt, während ein anderer Beobachter den Ausschlag des Spiegelgalvanometers beobachtete, welcher den beim Abreissen in der Inductionsspirale erzeugten Strom angab. Dieser Ausschlag ist ein Maass des beim Abreissen des Ankers im Magnete verschwundenen Magnetismus, also auch ein Maass der Verstärkung des Magnetismus durch den Ankerschluss. Um den ganzen vor dem Abreissen im Magnete vorhandenen wirklichen Magnetismus zu erhalten, muss man den Ausschlag hinzuzählen, der bei Unterbrechung des magnetisirenden Stromes eintritt, nachdem von demselben der durch die Induction der Hauptspirale selbst auf die Inductionsspirale bedingte Ausschlag abgezogen ist. Diesen Zahlen sind die Abreissgewichte annähernd proportional. Die Abweichungen erklären sich genügend dadurch, dass auch bei geöffneter Kette noch Magnetismus im Eisen des Magnetes zurückbleibt, sowie durch die trotz sorgfältiger Aufschleifung doch immer noch unvollkommene Berührung aller Eisenmoleculé beider Seiten der Schnittfläche an einander. Die Berührung

muss um so vollständiger werden, je stärker der Druck der Flächen auf einander ist.

Wie sich aus der Tabelle ergibt, ist die beobachtete Maximaltragkraft 65,2 kg. Das aus dem Ansteigen der Tragkraft zu berechnende Maximum der Tragkraft würde etwa 75 kg sein. Das Gewicht der zum Ringe gebogenen Eisenröhre betrug 192,54 g, das Gewicht der Drahtspirale 130 g. Ein Gramm Eisengewicht (Magnet und Anker zusammen gerechnet) trug daher 323 g, und bei obiger Annahme für das Maximum des Magnetismus war die Tragkraft das 390-fache des Gesamtgewichtes des Eisens.

Mit dem beschriebenen Apparate wurde darauf die Veränderung vorgenommen, dass er mit 12 äusseren Drahtrollen versehen wurde, die getheilt auf den in sich geschlossenen Ring aufgesetzt waren und dann mit isolirtem Draht bewickelt wurden. Die innere Weite der Rolle war etwa 5 mm grösser als die Ringdicke, sodass ein Abreissen der Ringhälften von einander ausgeführt werden konnte, ohne durch die Drahtrollen gehindert zu werden. Die Rollen wurden darauf mit einem gleichen isolirten Drahte bewickelt, wie der war, welcher zur inneren Hauptspirale verwendet wurde. Zwei gegenüberstehende dieser Rollen wurden als Inductionsspirale geschaltet, die übrigen bildeten eine Hauptspirale zur Erzeugung einer Magnetisirung des Ringes, deren Richtung überall senkrecht auf der Richtung des durch die innere Hauptspirale erzeugten Rohrmagnetismus stehen musste. Die Grösse des erzeugten Ringmagnetismus konnte durch den Ausschlag gemessen werden, der bei Schliessung der äusseren Hauptspirale durch die Inductionsspirale hervorgebracht wurde. Dieser Ausschlag gibt zwar nur die Grösse desjenigen Magnetismus an, der in dem Theile des Ringes entsteht, welcher von der Inductionsspirale umschlossen ist, also durch Ringtheile, welche keiner oder doch nur einer geringen directen Magnetisirung durch die Hauptspirale unterliegen, er kann aber doch als Maass des gesamten, im Ringe erzeugten Magnetismus ohne beträchtlichen Fehler gelten, weil einmal, wie schon hervorgehoben ist, die directe Drehung der Elementarmagnete durch die

mag
der
weil
durch
Que

eine
wur
Indu
sche
meh
Hau
Indu
Ma
Mag

den
die
Indu
Ver
anze
mag
des
wird
ihr
geru

die
Abt
stär
Zah
Ein
sei,

prin
inde
Aus

magnetisirende äussere Kraft nur klein ist im Vergleich mit der gegenseitigen Verstärkung der Molecularmagnete, und weil die Schwächung der Fortpflanzung der Magnetisirung durch geringe Längen weichen Eisens von hinlänglichem Querschnitt nicht bedeutend ist.

Es wurde nun in die äussere (transversale) Hauptspirale eine Batterie eingeschaltet. Durch geeignete Commutation wurde an demselben Spiegelgalvanometer erst der durch die Inductionsspirale bewirkte Ausschlag und darauf die herrschende Stromstärke in der Hauptspirale gemessen und dies mehrere mal wiederholt, wobei die Stromrichtung der Hauptspirale jedesmal umgekehrt wurde. Der durch die Inductionsspirale bewirkte Ausschlag bildete dann das Maass des durch die Stromstärke I im Ringe erzeugten Magnetismus.

Liess man nun in einem der beiden magnetischen Kreise den Strom der Hauptspirale fort dauern und schloss dann die Hauptspirale des anderen Kreises, so erhielt man in der Inductionsspirale des letzteren einen Ausschlag, der eine Verminderung des in diesem Kreise erzeugten Magnetismus anzeigte. Es wurde dadurch das mit geraden Röhrenmagneten erhaltene Resultat bestätigt, dass die Magnetisirung des Eisens durch eine äussere magnetisirende Kraft kleiner wird, wenn eine gleichzeitige Magnetisirung in einem auf ihr senkrecht stehenden Sinne vorhanden ist oder hervorgerufen wird.

Während der ersten Abtheilung der Versuche betrug die Stärke des äusseren Stromes 800, während der zweiten Abtheilung 200; diejenigen Versuche, in denen diese Stromstärke von den genannten Zahlen abwich, wurden auf die Zahlen 800, bez. 200 reducirt, unter der Annahme, dass die Einwirkung des äusseren Stromes proportional dessen Stärke sei, was bei den geringen Abweichungen zulässig erschien.

(Tab. 4 p. 650).

Es wurde ferner das Ansteigen des von der äusseren primären Spirale allein erzeugten Magnetismus beobachtet, indem die in der äusseren secundären Spirale auftretenden Ausschläge gemessen wurden. Das An- oder Absetzen der

Tabelle 4.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Untere Ring- hälfte angesetzt	Innerer Strom geschlos- sen	Stärke des inneren Stromes	Aeusserer Strom geschlos- sen	Stärke des äusseren Stromes	Aeusserer Strom geöffnet	Innerer Strom geöffnet	Untere Ringhül- fte abge- nommen	Summe der Induc- tionsaus- schläge	Magnets- strom bei innerem Strom	Magnets- strom b. inn. u. äusser. Strom	Rein- netter Magne- tismus
+ 7	+ 28	+ 11	- 30	+ 800	+ 28	- 18	- 20	- 5	+ 35	+ 9	+ 15
+ 9	+ 93	+ 26	- 98	-	+ 87	- 57	- 54	- 15	+ 102	+ 17	+ 39
+ 11	+ 149	+ 46	- 143	-	+ 132	- 92	- 72	- 14	+ 160	+ 31	+ 57
+ 13	+ 176	+ 63	- 158	-	+ 147	- 113	- 79	- 15	+ 189	+ 37	+ 65
+ 12	+ 185	+ 71	- 160	-	+ 149	- 120	- 81	- 15	+ 197	+ 51	+ 66
+ 12	+ 202	+ 92	- 163	-	+ 152	- 133	- 83	- 13	+ 214	+ 51	+ 70
+ 12	+ 199	+ 92	- 145	-	+ 159	- 131	- 82	+ 12	+ 211	+ 66	+ 94
+ 12	+ 208	+ 113	- 145	-	+ 157	- 148	- 78	+ 6	+ 220	+ 75	+ 84
+ 12	+ 251	+ 221	- 131	-	+ 140	- 181	- 86	+ 5	+ 263	+ 132	+ 91
+ 12	+ 290	+ 424	- 92	-	+ 96	- 220	- 84	+ 2	+ 302	+ 210	+ 86
+ 12	+ 327	+ 766	- 54	-	+ 57	- 256	- 83	+ 3	+ 339	+ 285	+ 86
+ 10	+ 51	+ 10	- 37	+ 200	+ 37	- 31	- 38	- 8	+ 61	+ 24	+ 30
+ 10	+ 115	+ 21	- 76	-	+ 81	- 72	- 61	- 3	+ 125	+ 49	+ 38
+ 11	+ 153	+ 33	- 91	-	+ 95	- 96	- 72	- 0	+ 164	+ 73	+ 72
+ 12	+ 170	+ 44	- 90	-	+ 94	- 110	- 74	+ 2	+ 182	+ 92	+ 76
+ 11	+ 185	+ 58	- 83	-	+ 88	- 121	- 76	+ 4	+ 196	+ 113	+ 80
+ 12	+ 221	+ 115	- 55	-	+ 57	- 156	- 77	+ 2	+ 233	+ 178	+ 79
+ 12	+ 254	+ 219	- 31	-	+ 31	- 186	- 77	+ 3	+ 266	+ 235	+ 80
+ 11	+ 287	+ 395	- 17	-	+ 17	- 218	- 77	+ 3	+ 298	+ 281	+ 80
+ 12	+ 318	+ 561	- 11	-	+ 11	- 242	- 71	+ 12	+ 325	+ 314	+ 83

unter
Induc-
malig
Richt-
waren
jedoch

Strom
geöff-
in de
erste

spre-
dem

Strom
 b_1 u
äusse
 b_2 für

zur
bei
der
(Win
Mag
(Win
ange
schla
in d
gem

unteren Hälfte des Eisenringes ergab in diesem Falle keine Induction; die Inductions ausschläge sind die nach mehrmaligem Schliessen und Oeffnen des Stromes von Einer Richtung erhaltenen; die beim ersten Schliessen erhaltenen waren, namentlich bei schwachem Strom, etwas grösser, jedoch höchstens um 5%:

Tabelle 5.

Primärer Strom	Secundärer Strom	Primärer Strom	Secundärer Strom
- 3	+ 3	-221	+124
- 56	+56	-410	+144
-114	+92		

War in der inneren Spirale Strom, und wurde der Strom in der äusseren Spirale gewechselt (+ geschlossen, geöffnet, — geschlossen, geöffnet u. s. w.), und wurde ferner in der inneren secundären Spirale beobachtet, so war der erste Ausschlag um ca. 2% grösser als die folgenden.

Hiernach scheint die dem äusseren Strom allein entsprechende Remanenz erheblich geringer zu sein, als die dem inneren Strom entsprechende.

In der Tafel bedeuten a_1 a die Curven des dem inneren Strom allein entsprechenden Magnetismus (Tab. 4, Sp. 2), b_1 und b_2 die Curven bei gleichzeitiger Einwirkung des äusseren Stromes, und zwar b_1 für die Stromstärke 200, b_2 für die Stromstärke 800.

Die specielle Anordnung der Versuche war folgende.

Zunächst wurde das Ansteigen des Magnetismus in der zur Mittellinie des Ringes senkrechten Richtung beobachtet, bei Einwirkung sowohl des inneren Stromes (Windungen in der Richtung der Mittellinie), als des äusseren Stromes (Windungen senkrecht zur Mittellinie); als Maass dieses Magnetismus wurde der in einer inneren, secundären Spirale (Windungen in der Richtung der Mittellinie) inducirte Strom angenommen; die in der folgenden Tabelle enthaltenen Ausschläge sind mit Ausnahme der Spalten 3 und 5 sämmtlich in der inneren, secundären Spirale beobachtet. Es wurde gemessen (in dieser Reihenfolge, s. Tab. 4):

1. Der Ausschlag beim Ansetzen der unteren Hälfte des Eisenringes an die obere; 2. der Ausschlag bei Schliessung des inneren Stromes; 3. die Stärke des inneren Stromes; 4. der Ausschlag bei Schliessung des äusseren Stromes; 5. die Stärke des äusseren Stromes; 6. der Ausschlag bei Oeffnung des äusseren Stromes; 7. der Ausschlag bei Oeffnung des inneren Stromes; 8. der Ausschlag bei Abnahme der unteren Hälfte des Eisenringes.

Nimmt man an, dass nach Oeffnung der Ströme und Abnahme der unteren Ringhälfte davon kein oder ein ganz constanter remanenter Magnetismus vorhanden sei, so muss die Summe aller Inductionsschläge Null sein; dies ist auch mit genügender Annäherung der Fall, wie Spalte 9 zeigt; Spalte 10 [(1) + (2)] zeigt den durch den inneren Strom, Spalte 11 [(1) + (2) + (4)] den durch den inneren und den äusseren Strom erzeugten Magnetismus: Spalte 12 [(1) + (2) + (7) + (8)] den dem inneren Strom entsprechenden remanenten Magnetismus.

Aus dem nachgewiesenen, schwächenden Einflusse, den zurückgebliebener-oder gleichzeitig erzeugter transversal gerichteter Magnetismus auf die Grösse der Magnetisirung ausübt, erklären sich viele störende Erscheinungen bei wissenschaftlichen electromagnetischen Untersuchungen, sowie bei der technischen Anwendung des Magnetismus.

Die zu den beschriebenen Versuchen benutzten geraden oder ringförmigen Röhrenelectromagnete zeichnen sich dadurch vor den bisher benutzten Electromagnetconstructionen aus, dass sie bei gegebenem Eisen- und Kupfergewichte einen weit grösseren magnetischen Effect geben, wie die letzteren. Sie werden daher namentlich in der Electrotechnik häufig eine nützliche Verwendung finden. Die Eigenschaft des ringförmigen Röhrenmagnetes, den Leitungsdraht vollständig mit einem Eisenmantel zu umgeben, macht ihn aber auch zur Beantwortung wissenschaftlicher Fragen, für deren Lösung es bisher an geeigneten Hilfsmitteln fehlte, besonders geeignet. Es ist eine solche z. B. die Frage der Schirmwirkung des Eisens. Es erschien zwar wahrscheinlich und

wur
dass
lieg
dass
kun
schl
sche
nich
Häl
mag
solch
des
mag
mitt
bef
Es v
len
sch
tritt
Es v
spira
dies
die
schl
dass
dau
Draht
umsc
rale
Sie
beda
noch
Eise
netis
nom
chun
Ich

wurde bisher auch wohl ziemlich allgemein angenommen, dass die magnetische Fernwirkung durch einen zwischenliegenden Eisenschirm nicht direct beeinflusst würde, und dass die beobachtete Aenderung der magnetischen Fernwirkung durch die Wirkung des im zwischenliegenden Eisenschirme hervorgerufenen Magnetismus zu erklären sei. Entscheidende Versuche sind darüber aber meines Wissens noch nicht angestellt, und es war dies mit den bisher bekannten Hilfsmitteln auch kaum ausführbar.

Um die Frage mit Hülfe des ringförmigen Röhrenmagnets zu entscheiden, liess ich zwei möglichst gleiche solcher Magnete anfertigen und stellte sie auf beiden Seiten des Glockenmagnets eines aperiodisch schwingenden Spiegelmagnetometers in der Weise auf, dass ich die Drahtspiralen mittelst gespannter Drähte an senkrecht stehenden Rahmen befestigte, welche dem Magnet beliebig zu nähern waren. Es wurde nun derselbe Strom durch die beiden Drahtspiralen hintereinander geleitet und das eine Brett so lange verschoben, bis keine Ablenkung des Magnetometers beim Eintritt und bei der Unterbrechung des Stromes mehr stattfand. Es wurde dann abwechselnd die eine oder die andere Drahtspirale auch mit ihren beiden Rohrhälften bedeckt, sodass dieselbe jetzt einen geschlossenen Röhrenmagnet bildete, und die entstehenden Ablenkungen des Magnetometers bei Stromschluss in Scalentheilen abgelesen. Die Versuche ergaben, dass in der That eine unzweifelhafte, wenn auch nur geringe dauernde Verminderung des magnetischen Momentes einer Drahtspirale eintritt, wenn sie ganz von einem Eisenrohr umschlossen ist. Durch Annäherung der geschwächten Spirale lässt sich die Grösse dieser Schirmwirkung bestimmen. Sie ist scheinbar proportional der Dicke der Rohrwand, doch bedarf dies noch weiterer Bestätigung. Ich will hier nur noch bemerken, dass eine magnetische Fernwirkung des Eisens, wenn eine solche bei einem als Röhrenmagnet magnetisirten röhrenförmigen Ringmagnete als vorhanden angenommen werden könnte, eine Verstärkung und keine Schwächung der Fernwirkung der Spirale hervorbringen müsste. Ich hoffe, zu einer näheren Untersuchung dieser Frage später

Gelegenheit zu finden und enthalte mich einstweilen einer Erklärung dieser auffallenden Erscheinung.

Diese thatsächlich stattfindende, wenn auch nur geringe Schirmwirkung des Eisens legte mir die Frage nahe, ob sich mit Hülfe des Röhrenmagnetes nicht entscheiden liesse, ob die magnetische Fernwirkung eine direct und geradlinig wirkende, unmittelbare ist, wie es seit Newton von der Schwerkraft angenommen wird, oder ob sie eine von Molecül zu Molecül der zwischen liegenden Materie oder des hypothetischen Aethers fortschreitende Wirkung ist, wie es für die electricische Vertheilung von Faraday zuerst angenommen und von mir auf experimentellem Wege als zulässig nachgewiesen wurde.¹⁾ In der That schien eine gewisse Wahrscheinlichkeit dafür vorhanden zu sein, dass die von einer Drahtspirale ausgehende magnetische Kraft nicht gleichzeitig in der geschlossenen Röhrenwand, die sie durchdringen muss, eine beträchtliche Arbeit, die Magnetisirung des geschlossenen Röhrenmagnets, ausführen und während dieser Zeit zugleich eine ungeschwächte Fernwirkung ausüben könne. Es erschien wahrscheinlicher, dass die Fernwirkung hinter der Rohrwand erst beginnen würde, wenn die beim Durchgange durch das Eisen in der Drehung der Elementarmagnete zu leistende Arbeit gethan war. Die Versuche haben diese Vermuthung nicht bestätigt. Es wurde zu denselben mit geringer Abänderung dieselbe Zusammenstellung zweier getheilter ringförmiger Röhrenmagnete mit einem zwischen ihnen aufgestellten Spiegelmagnetometer benutzt, wie sie bei dem oben beschriebenen Versuche benutzt wurden. Zunächst wurden die parallelen und gleich grossen, auf beiden Seiten des Magnetometers aufgestellten Drahtspiralen so eingestellt, dass ein Strom, der sie beide hintereinander durchlief, keine Einwirkung auf das Magnetometer zeigte. Darauf wurde eine der beiden Spiralen, ohne ihre Lage zu verändern, mit den zugehörigen Eisenschalen bedeckt und der Versuch wiederholt. Es zeigte sich auch jetzt keine sichere Ablenkung des Magnetometers, wie es der Fall sein müsste, wenn der Strom der einen Spirale länger oder stärker

1) Siemens, Pogg. Ann. 102. p. 66. 1857.

auf d
Da di
durch
Gesam
such
tung
ken b
eine d
ebenfa
dass k
wurde
Glimm
die D
waren
vorbr
einges
Spiral
baren
währe
der m
Da di
dungen
gering
äusser
hervor
bindun
dieser
Ladun
selben
die spi
liches
Unterl
Umwir
tential
nung
Eintri
Drahts
derselb

auf das Magnetometer gewirkt hätte wie der der anderen. Da die Zeitdifferenz möglicherweise sehr kurz war, und dadurch ihre Wirkung unmerklich wurde bei der kräftigen Gesamtwirkung jeder Spirale, so modificirte ich den Versuch auf Vorschlag des Dr. Frölich, dem ich für die Leitung dieser und der früher beschriebenen Versuche zu danken habe, in der Weise, dass anstatt des Magnetometers eine dritte, unbedeckte Spirale aufgestellt und die äusseren, ebenfalls unbedeckten Spiralen wieder so eingestellt wurden, dass kein Strom in der mittleren Spirale durch sie inducirt wurde. Zur Messung desselben wurde die Ladung eines Glimmercondensators benutzt, mit dessen beiden Belegungen die Drahtenden der mittleren Spirale in Verbindung gesetzt waren. Mein mehrfach beschriebener Fallhammer zur Hervorbringung von Strömen sehr kurzer Zeitdauer wurde so eingeschaltet, dass ein kräftiger Strom durch die beiden Spiralen dauernd circulirte. Der eine der beiden verstellbaren Stifte des Fallhammers unterbrach nun diesen Strom, während der zweite nach einer sehr kurzen Zeit den Kreis der mittleren Drahtspirale und des Condensators unterbrach. Da die mittlere Spirale aus einer sehr grossen Anzahl Windungen feinen Drahtes bestand, so musste schon eine sehr geringe Differenz der magnetischen Momente der beiden äusseren Spiralen eine messbare Ladung des Condensators hervorbringen. Da durch die Unterbrechung des einen Verbindungsdrahtes zwischen mittlerer Spule und Condensator dieser isolirt wurde, und derselbe in diesem Zustande eine Ladung mehrere Minuten ohne merkliche Schwächung derselben behielt, wie durch Versuche constatirt wurde, so musste die spätere Entladung des Condensators durch ein empfindliches Spiegelgalvanoter ein Maass der im Augenblicke der Unterbrechung des Condensatordrahtes an den Enden des Umwindungsdrahtes der mittleren Spirale herrschenden Potentialdifferenz bilden. Es wird freilich bei dieser Anordnung des Versuches nicht eigentlich die Verzögerung des Eintrittes der Fernwirkung der im Eisen eingeschlossenen Drahtspirale gemessen, sondern gleichsam das Complement derselben, nämlich die vermuthete Verstärkung der magne-

tischen Fernwirkung dieser Spirale beim Aufhören der Magnetisirung des Eisens des Röhrenmagnetes nach Unterbrechung des Stromes. Es ist aber wohl anzunehmen, dass diese Wirkung eintreten müsste, wenn die vermuthete Verzögerung der Fernwirkung durch die Magnetisirung vorhanden wäre, weil anderenfalls Energie verloren ginge. Auch diese Versuche geben ein negatives Resultat. Wenigstens waren die erhaltenen Differenzen so klein und schwankend, dass sie nicht als entscheidend zu betrachten waren.

Die zuletzt beschriebenen Versuche haben gelegentlich auf eine recht schlagende und einfache Weise die Helmholtz'sche Theorie der Entladung des Condensators durch eine Reihe wechselnder Entladungen und erneuten Ladungen bestätigt. Lässt man nur eine unbedeckte Spirale auf die Inductionsspirale einwirken und vergrößert zwischen je zwei Versuchen die Dauer der Verbindung des Condensators mit der inducirten Spirale, so gehen die anfänglich positiven Entladungsausschläge des Condensators bald in negative über. Bei weiterer Verlängerung der Zeit der Verbindung werden sie wieder positiv, und so fort. Dabei nehmen die Ausschläge allmählich ab.

VIII. *Untersuchungen über die Volumenconstitution flüssiger Verbindungen; von H. Schröder.*

(Fortsetzung der in Wied. Ann. 11. p. 997—1017, 1880 vorgelegten Abhandlung.)

Vorbemerkung.

Noch während die erwähnte Abhandlung sich im Druck befand, und seitdem wiederholt, sind von Ramsay Beobachtungen über die Volumina von Flüssigkeiten bei deren Siedehitze mitgetheilt; ebenso sind die vorzüglichen Beobachtungen über die Refraktionsverhältnisse vieler Flüssigkeiten und ihre Dichtigkeit bei 20° von Brühl¹⁾ vorgelegt worden. Die nothwendige Berücksichtigung und das Studium dieser grossen

1) Brühl, Lieb. Ann. 200 u. 203.

Reihe
dass d
sich b
I
Thatsa
nen I
speciel
Volum
geben
noch
werthv
D
lung
angew
Gesagt
bitten,
voraus
III. Die
§
wieder
dass H
und E
dem Cl
Ich rep
In
die Vol

Es
sofort e

1) H

2) H

3) H

4) H

Ann. d.

Reihe neuer Thatsachen ist zunächst der Anlass geworden, dass die Fortsetzung meiner oben erwähnten Abhandlung sich bis jetzt verzögert hat.

Ich will hier nur im voraus erwähnen, dass jene neuen Thatsachen nicht Anlass geworden sind, an den allgemeinen Resultaten, wie ich sie in obiger Abhandlung und specieller in einer vorläufigen Mittheilung über die Volumenconstitution flüssiger Verbindungen¹⁾ gegeben habe, etwas zu ändern. Dieselben haben sich vielmehr noch mehrseitig bestätigt und haben eine Reihe neuer und werthvoller Belege gefunden.

Die Bezeichnungen sind in der folgenden Abhandlung genau den in der oben erwähnten Abhandlung²⁾ angewendeten entsprechend. Ich kann nicht alles dort Gesagte nochmals vorbringen und muss daher den Leser bitten, vor dem Studium der nachfolgenden Abhandlung die vorausgegangene nochmals durchzugehen.

III. Die Volumina der Elementaratome einer Verbindung stehen im Verhältniss einfacher ganzer Zahlen.

§ 22. Bereits früher³⁾ habe ich seitdem in einer Erwiederung auf eine Bemerkung von Ramsay nachgewiesen, dass HOH der Alkohole und O₂ des Carboxyls der Säuren und Ester die nämliche Raumerfüllung haben, welche dem CH₂ in den nämlichen Verbindungen wirklich entspricht. Ich reproducire hier kurz das dort Gesagte.

In der That hat man bei den respectiven Siedepunkten die Volumina:

		Differenz für CH ₂
Ameisensäure	= CH ₂ O ₂ ; $v = 41,8$ K.	} 21,6. } 22,5. } 23,1.
Essigsäure	= C ₂ H ₄ O ₂ ; $v = 63,4$ K.	
Propionsäure	= C ₃ H ₆ O ₂ ; $v = 85,9$ K.	
Norm. Buttersäure	= C ₄ H ₈ O ₂ ; $v = 108,0$ P.	

Es ist hieraus, wie ich⁴⁾ ausführlich begründet habe, sofort ersichtlich, dass das Volumenmaass der Fettsäuren

1) H. Schröder, Chem. Ber. 13. p. 1560 bis 1570.

2) H. Schröder, Wied. Ann. 11. p. 997. 1880.

3) H. Schröder, Chem. Ber. 14. p. 15. 1881.

4) H. Schröder, Wied. Ann. 11. p. 997. 1880.

mit dem Atomgewicht wächst. Es ist daher das wahre Volumen, welches dem CH_2 in der Ameisensäure und Essigsäure zukommt, etwas kleiner als die Differenz beider = 21,6.

Ebenso hat man für die Alkohole:

		Differenz für CH_2
Methylalkohol	= CH_4O ; $v = 42,3 \text{ K.}$	} 19,9.
Aethylalkohol	= $\text{C}_2\text{H}_6\text{O}$; $v = 62,2 \text{ K.}$	
Propylalkohol	= $\text{C}_3\text{H}_8\text{O}$; $v = 81,5 \text{ PP.}$	} 19,8.

Es nimmt hiernach, wie ich ¹⁾ ebenfalls begründet habe, das Volumenmaass der normalen Alkohole der Fettreihe mit steigendem Atomgewicht ab. Es ist daher das wahre Volumen, welches dem CH_2 im Methyl- und Aethylalkohol zukommt, etwas grösser als die Differenz beider = 19,9. Das wirkliche Volumen, welches dem CH_2 zunächst in der Ameisensäure und Essigsäure und dem Methylalkohol und Aethylalkohol entspricht, wird daher zwischen 19,9 und 21,6 liegen und in der Essigsäure etwas grösser sein, als in der Ameisensäure, im Aethylalkohol etwas kleiner, als im Methylalkohol. Das Mittel der Grenzwerte 19,9 und 21,6 ist 20,7 bis 20,8, und dieses wird dem wahren Volumen von CH_2 sehr nahe liegen. Nun ist aber:

$$\text{Ameisensäure} = \text{CH}_2\text{O}_2 = 41,8 \text{ K.} = 2 \times 20,9.$$

$$\text{Aethylalkohol} = \text{C}_2\text{H}_4\text{OH}_2 = 62,2 \text{ K.} = 3 \times 20,7.$$

Die Ameisensäure hat also ein doppelt so grosses, der Aethylalkohol ein dreimal so grosses Volumen, als dem CH_2 in beiden Verbindungen entspricht; d. h. in der Ameisensäure = CH_2O_2 nimmt O_2 den nämlichen Raum ein, wie CH_2 ; und im Alkohol nimmt $\text{H} + \text{OH} = \text{OH}_2$ ebenfalls den nämlichen Raum ein, wie CH_2 .

Es muss nun CH_2 in der Essigsäure und dem Methylalkohol, weil ihr Volumenmaass etwas grösser ist, als das der Ameisensäure und des Aethylalkohols, grösser sein als 20,7 bis 20,9, wie in den letzteren, und kleiner als 21,6, d. i. die Volumendifferenz beider Säuren. Das Mittel dieser Grenzwerte 20,7 bis 20,9 und 21,6 ist 21,2 bis 21,3, und dieses Mittel wird dem wahren Volumen von CH_2 in der

1) l. c. p. 1006.

Essigsäure und dem Methylalkohol sehr nahe liegen.
Nun ist aber:

Essigsäure = $C_2H_3O_2$; $v = 63,4 \text{ K.} = 3 \times 21,1$.

Methylalkohol = CH_4O ; $v = 42,4 \text{ K.} = 2 \times 21,2$.

Es hat also in der That wieder die Essigsäure ein Volumen, welches das dreifache von dem wahren Volumen von CH_2 in derselben ist, und es kommt also dem O_2 der Essigsäure die nämliche Raumerfüllung zu, wie dem CH_2 . Der Methylalkohol hat ebenso das doppelte Volumen von CH_2 , und $H + OH$ oder OH_2 hat also im Methylalkohol die nämliche Raumerfüllung wie CH_2 .

Man kann die nämliche Ableitung auch vornehmen für O_2 der Säuren selbst. Volumen CH_2 ist $> 19,9 =$ der Differenz des Alkoholpaares, und $< 21,6 =$ der Differenz des Säurepaares. Nun ist:

Ameisensäure = CH_2O_2 ; $v = 41,8 - 41,8$

ab: CH_2 $> 19,9 < 21,6$

bleibt Volumen: O_2 $< 21,9 > 20,2$.

Das Mittel für O_2 ist 21,0; aber Ameisensäure = $2 \times 20,9 = 41,8 \text{ K.}$ Es hat also O_2 das nämliche Volumen wie CH_2 in der Ameisensäure. Es ist hiermit der vollgültige Beweis geliefert, dass in den Anfangsgliedern der Säurereihe und Alkoholreihe die Componentenvolumina in einfachen Verhältnissen stehen; dass O_2 des Carboxyls der Säure, und $H.OH = OH_2$ des Alkohols mit CH_2 der nämlichen Verbindung gleiche Raumerfüllung hat.

Eine ähnliche Ableitung dieser Thatsache, wie oben für die Anfangsglieder, lässt sich nicht ebenso glatt auf die höheren Glieder anwenden; denn bei den Säuren wachsen die Differenzen bei den höheren Gliedern viel rascher, weil in der Differenz eines Paares nicht nur der Mehrbetrag des Volumens von CH_2 , sondern der Mehrbetrag des Volumens bei vergrössertem Volumenmaasse auch der Summe aller gemeinsamen Componenten je eines benachbarten Paares erscheint. Ueberdies werfen sich alle Fehler der Beobachtung, welche ebenfalls mit dem Atomgewicht nothwendig

grösser werden, auf diese Differenzen hin. Aber gerade dieses rasche Wachsen der Differenz bei den höheren Gliedern liefert den Beweis, dass das Volumenmaass der ganzen Verbindung und aller ihrer Theile mit dem Atomgewicht zunimmt.

Dessenungeachtet zeigt die Anwendung des gewonnenen schönen und folgenreichen Resultates auch auf die höheren Glieder in ihrem Erfolge sofort, dass damit das Richtige getroffen ist.

§ 23. Stellt man hiernach die Volumina der bis jetzt auf ihr Volumen beim Siedepunkt untersuchten Alkohole und Säuren der Fettreihe zusammen, so hat man zunächst für die Alkohole¹⁾:

1. Methylalkohol	= CH_3O ; $v = 42,3 \text{ K.}$	= $2 \times 21,2.$
	$v = 42,4 \text{ P.}$	= $2 \times 21,2.$
2. Aethylalkohol	= $\text{C}_2\text{H}_5\text{O}$; $v = 61,7 \text{ P.}$	= $3 \times 20,6.$
	$v = 62,2 \text{ K.}$	= $3 \times 20,7.$
	$v = 62,7 \text{ Ramsay}^2)$	= $3 \times 20,9.$
3. Propylalkohol	= $\text{C}_3\text{H}_7\text{O}$; $v = 81,5 \text{ PP.}$	= $4 \times 20,4.$
4. Isobutylalkohol	= $\text{C}_4\text{H}_9\text{O}$; $v = 102,3 \text{ PP.}$	= $5 \times 20,5.$
5. Isoamylalkohol	= $\text{C}_5\text{H}_{11}\text{O}$; $v = 122,8 \text{ P.}$	= $6 \times 20,5.$
	$v = 123,5 \text{ K.}$	= $6 \times 20,6.$
6. Methylhexylcarbinol	= $\text{C}_6\text{H}_{13}\text{O}$; $v = 197,3 \text{ R.}$	= $9 \times 20,8.$

Diese Uebersicht zeigt die thatsächliche Abnahme des Volumenmaasses in der Normalreihe und legt die stattfindenden überraschend einfachen Verhältnisse der Volumina der Componenten klar vor Augen.

§ 24. Ebenso ergibt sich hiernach für die untersuchten Säuren:

1. Ameisensäure	= CH_2O_2 ; $v = 41,8 \text{ K.}$	= $2 \times 20,9.$
2. Essigsäure	= $\text{C}_2\text{H}_4\text{O}_2$; $v = 63,4 \text{ K.}$	= $3 \times 21,1.$
	$v = 64,3 \text{ R.}$	= $3 \times 21,4.$
3. Propionsäure	= $\text{C}_3\text{H}_6\text{O}_2$; $v = 85,9 \text{ K.}$	= $4 \times 21,5.$
	$v = 86,0 \text{ PP.}$	= $4 \times 21,5.$
4. Norm. Buttersäure	= $\text{C}_4\text{H}_8\text{O}_2$; $v = 108,0 \text{ P.}$	= $5 \times 21,6.$

1) Mit v schlechtweg bezeichne ich stets das Volumen beim Siedepunkt. Das Volumen bei einer anderen Temperatur, z. B. bei 20° , wird bezeichnet als v_{20} .

2) Ich werde die Beobachtungen von Ramsay in Zukunft einfach durch Beifügung des Buchstaben R. als solche bezeichnen.

5. I
6.
maass
Thats
etwas
Die d
grosse
lässt
Volum
noch
welche
E
in die
Differ
regel
solche
und zu
K
sung
§
der ihn
sind, u
ben, w
sache,
CH₂ is
constat
len. M
I.
1. Ame
2.
3.
4.
1) I.

5. Isobuttersäure	$= \text{C}_4\text{H}_8\text{O}_2$;	$v = 106,5 \text{ PP.} = 5 \times 21,3$	Differenz 23,9.
		$v = 106,7 \text{ K.} = 5 \times 21,3$	
6. Isovaleriansäure	$= \text{C}_5\text{H}_{10}\text{O}_2$;	$v = 130,4 \text{ K.} = 6 \times 21,7$	
		$v = 130,6 \text{ PP.} = 6 \times 21,8$	

Auch hier tritt thatsächlich die Zunahme des Volumenmaasses in jeder homologen Reihe klar hervor, ebenso die Thatsache, dass das Volumenmaass der Normalverbindung etwas grösser ist, als das der entsprechenden Isoverbindung. Die der Zusammensetzungsdifferenz um CH_2 entsprechende grosse Differenz der Volumina 5 und 6, sie ist $\Delta v = 23,9$, lässt sich voraussagen, weil sie nicht nur dem wahren Volumen 21,7 des CH_2 in 6 entspricht, sondern ausserdem noch den Unterschied des Volumens von CH_2 in 5 und 6, welcher 0,4 bis 0,5 ist, nothwendig fünffach enthalten muss.

Einen constanten Werth für das Volumen von CH_2 in diesen Verbindungen anzunehmen, geht nicht an, weil die Differenzen, deren Mittel man wählt, nicht zufällig, sondern regelmässig sich ändern. Thut man es, so führt eine solche Annahme nothwendig zu unbegründeten Folgerungen und zu irrigen Werthen der Volumina der Elementaratome.

Keine andere, als die von mir gegebene Auffassung entspricht den wirklichen Thatsachen.

§ 25. Da die Volumina der Säuren mit den Volumen der ihnen isomeren Ester bei Siedehitze sehr nahe gleich sind, und nur ein unbedeutend grösseres Volumenmaass haben, wie ich¹⁾ nachgewiesen, so lässt sich die obige Thatsache, wonach das Volumen von O_2 gleich dem Volumen von CH_2 ist, unmittelbar auch bei den Estern der Fettreihe constataren. Ich ordne sie nach ihren Säurebestandtheilen. Man hat:

I. Formiate:

1. Ameisensaures Methyl	$= \text{C}_2\text{H}_4\text{O}_2$;	$v = 63,1 \text{ K.} = 3 \times 21,0$
		$v = 63,2 \text{ R.} = 3 \times 21,1$
2. „ Aethyl	$= \text{C}_3\text{H}_6\text{O}_2$;	$v = 84,7 \text{ K.} = 4 \times 21,2$
		$v = 85,4 \text{ P.} = 4 \times 21,3$
3. „ Propyl	$= \text{C}_4\text{H}_8\text{O}_2$;	$v = 106,9 \text{ PP.} = 5 \times 21,4$
4. „ Isobutyl	$= \text{C}_5\text{H}_{10}\text{O}_2$;	$v = 130,9 \text{ PP.} = 6 \times 21,8$

1) l. c. p. 998.

§ 26. Vergleicht man bei der Siedehitze die Volumina der Alkohole mit den Volumen ihrer entsprechenden Säuren, so ergibt sich:

1.	Methylalkohol;	$v = 42,3 \text{ K.}$	} $\Delta v = -0,5.$
		$v = 42,4 \text{ P.}$	
	Ameisensäure;	$v = 41,8 \text{ K.}$	
2.	Aethylalkohol;	$v = 61,7 \text{ P.}$	} $\Delta v = +1,6 \text{ im Mittel.}$
		$v = 62,2 \text{ K.}$	
		$v = 62,7 \text{ R.}$	
	Essigsäure;	$v = 63,4 \text{ K.}$	
3.		$v = 64,3 \text{ R.}$	} $\Delta v = +4,5.$
	Propylalkohol;	$v = 81,5 \text{ PP.}$	
	Propionsäure;	$v = 85,9 \text{ K.}$	
4.		$v = 86,0 \text{ PP.}$	} $\Delta v = +4,2 \text{ bis } 4,4.$
	Isobutylalkohol;	$v = 102,3 \text{ PP.}$	
	Isobuttersäure;	$v = 106,5 \text{ PP.}$	
5.		$v = 106,7 \text{ K.}$	} $\Delta v = +6,9 \text{ bis } 7,8.$
	Isoamylalkohol;	$v = 122,8 \text{ P.}$	
		$v = 123,5 \text{ K.}$	
	Isovaleriansäure;	$v = 130,4 \text{ K.}$	
		$v = 130,6 \text{ PP.}$	

Weil das Volumenmaass der normalen Alkohole abnimmt, das der Säuren zunimmt, so wachsen die Differenzen der Paare von Nr. 1 bis 3 und von Nr. 4 und 5. Die Volumina von Methylalkohol und Ameisensäure, von Aethylalkohol und Essigsäure können bei Siedehitze angenähert für gleich erachtet werden; das Volumen ändert sich nur wenig, indem in der Säure O an die Stelle von H_2 des Alkohols tritt. Bei den höheren Paaren jeder homologen Reihe nimmt dagegen die Volumendifferenz beim Siedepunkt rasch zu.

Die Volumina der Alkohole und ihrer respectiven Säuren stehen beim Siedepunkt zwar in sehr gesetzmässigen, aber, mit Ausnahme des ersten Paares, nicht in einfachen Beziehungen.

§ 27. Viel einfachere Verhältnisse der Volumina der Alkohole und ihrer respectiven Säuren stellen sich heraus, wenn man sie bei gleicher Temperatur vergleicht. Es hat Brühl¹⁾ eine Reihe sehr sorgfältiger Dichtigkeitsbestim-

1) Brühl, Lieb. Ann. 203.

mungen von Alkoholen und Säuren der Fettreihe bei 20°, bezogen auf Wasser von 4°, gegeben, und es reihen sich denselben die von Brühl aus den Landolt'schen Beobachtungen für die nämliche Temperatur berechneten Werthe an. Aus diesen Beobachtungen ergeben sich die Molecularvolumina bei 20° wie folgt:

1. {	Methylalkohol	= CH ₄ O	; v ₂₀ = 40,24 L.	} Δv = - 2,50.
	Ameisensäure	= CH ₂ O ₂	; v ₂₀ = 37,74 L.	
2. {	Aethylalkohol	= C ₂ H ₅ O	; v ₂₀ = 57,50 L.	} Δv = - 0,03
	Essigsäure	= C ₂ H ₃ O ₂	; v ₂₀ = 57,47 L.	
3. {	Norm. Propylalkohol	= C ₃ H ₇ O	; v ₂₀ = 74,59 Br.	} Δv = - 0,14.
	Propionsäure	= C ₃ H ₅ O ₂	; v ₂₀ = 74,45 L.	
	Norm. Butylalkohol	= C ₄ H ₉ O	; v ₂₀ = 91,87 Br.	} Δv = + 0,38 bis 0,42.
4. {	Norm. Buttersäure	= C ₄ H ₇ O ₂	; v ₂₀ = 91,75 L.	
			v ₂₀ = 91,79 Br.	
5. {	Isobutylalkohol	= C ₄ H ₉ O	; v ₂₀ = 91,79 L.	} Δv = + 0,94.
	Isobuttersäure	= C ₄ H ₇ O ₂	; v ₂₀ = 92,73 Br.	
	Isoamylalkohol	= C ₅ H ₁₁ O	; v ₂₀ = 108,3 L.	
6. {			v ₂₀ = 108,6 Br.	} Δv = 1,1 bis 1,4.
	Isovaleriansäure	= C ₅ H ₉ O ₂	; v ₂₀ = 109,72 L.	
			v ₂₀ = 109,00 K.	

Nimmt man das erste Paar aus, so gilt thatsächlich, wenn auch nicht in aller Strenge der Satz: bei gleicher Temperatur ist das Alkoholvolumen sehr nahe gleich dem Säurevolumen; O in der Säure tritt sehr nahe ohne Volumenänderung an die Stelle von H₂ des Alkohols. Am nächsten liegen sich die Volumina von Propylalkohol und Propionsäure, Butylalkohol und Buttersäure; von da ab wird die Differenz bei den niederen Paaren zunehmend negativ, d. h. das Alkoholvolumen wird zunehmend grösser als das Säurevolumen. Bei den Paaren von höherem Atomgewicht scheint die Differenz positiv zu werden, d. h. das Säurevolumen ergibt sich sehr wenig grösser als das Alkoholvolumen. Doch überschreiten die letzteren Differenzen kaum die Fehlergrenzen der Beobachtung, und aus anderen Beobachtungen würde sogar die Gleichheit der Volumina der höheren Säuren und Alkohole bei gleicher Temperatur hervorgehen. Es muss dies künftiger Aufklärung vorbehalten bleiben. Ich führe noch eine Reihe dahingehö-
riger Thatsachen an.

a. Für Alkohol und Essigsäure ergibt sich aus den Beobachtungen Kopp's¹⁾:

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \text{Aethylalkohol: } v_0 = 56,83; \quad v_{30} = 60,02; \quad v_{73,4} = 62,22 \\ \text{Essigsäure: } \quad v_0 = 55,55; \quad v_{30} = 58,58; \quad v_{73,4} = 60,48 \end{array} \right. \\ \Delta = 1,28; \quad \Delta = 1,44; \quad \Delta = 1,74. \end{aligned}$$

Das Alkoholvolumen ist wie in 2 oben stets etwas grösser als das Säurevolumen bei gleicher Temperatur und scheint sich mit abnehmender Temperatur dem letzteren langsam zu nähern.

b. Dass für die höheren Paare das Säurevolumen etwas grösser wird, als das Alkoholvolumen, wie oben in 6, dafür scheint auch die Beobachtung der Dichtigkeit von norm. Amylalkohol und norm. Valeriansäure bei verschiedenen Temperaturen von Lieben und Rossi (1870 und 1871) zu sprechen. Nach diesen Beobachtungen ergibt sich:

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \text{Norm. Amylalkohol: } v_0 = 106,1; \quad v_{30} = 107,9; \quad v_{40} = 110,0; \quad v_{99,2} = 117,5 \\ \text{Norm. Valeriansäure: } v_0 = 106,5; \quad v_{30} = 108,5; \quad v_{40} = 110,7; \quad v_{99,3} = 118,2 \end{array} \right. \\ \Delta v = 0,4; \quad \Delta v = 0,6; \quad \Delta v = 0,7; \quad \Delta v = 0,7. \end{aligned}$$

Die sich stets sehr nahe liegenden Volumina nähern sich mit abnehmender Temperatur sehr langsam der völligen Gleichheit. Die Unterschiede überschreiten jedoch nicht die Fehlergrenzen der Beobachtung.

Andererseits spricht eine Reihe von Beobachtungen für wirkliche Gleichheit der Volumina von Säure und Alkohol bei gleicher Temperatur auch bei den höheren Gliedern.

a'. Nahe völlig gleich erscheinen die Volumina von normalem Propylalkohol und Propionsäure nach den Beobachtungen von Saytzeff, von Linnemann und von Kopp:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Norm. Propylalkohol: } v_0 = 72,91 \text{ Saytzeff; } v_{15} = 74,39 \text{ Linnemann} \\ \text{Propionsäure: } v_0 = 72,83 \text{ Kopp; } v_{15} = 74,03 \text{ Kopp.} \end{array} \right.$$

b'. Völlig gleich erscheinen die Volumina von normalem Butylalkohol und normaler Buttersäure nach den Beobachtungen von Saytzeff, von Linnemann und von Pierre:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Norm. Butylalkohol: } v_0 = 89,60 \text{ Saytzeff; } v_{25} = 90,97 \text{ Linnemann} \\ \text{Norm. Buttersäure: } v_0 = 89,64 \text{ Pierre; } v_{25} = 90,96 \text{ Pierrel c.} \end{array} \right.$$

1) Kopp, Pogg. Ann. 72. 1847.

c'. Vergleicht man die von sehr verschiedenen Beobachtern für Isoamylalkohol und Isovaleriansäure bei 0° beobachteten Volumina, so kann man sie wohl nur für gleich erachten. Man hat:

Isoamyl- alkohol	$v_0 = 107,1$	Kopp;	Isovalerian- säure	$v_0 = 107,1$	{ Dumas u. Stass.
inactiver	$v_0 = 106,8$	Balbiano;	"	$v_0 = 107,0$	Delffs.
activer	$v_0 = 106,5$	{ Erlenmeyer u. Hell;	"	$v_0 = 106,9$	Personne.
"	$v_0 = 106,4$	Pierre;	"	$v_0 = 106,8$	Chevreul.
"	$v_0 = 106,1$	Cahours;	"	$v_0 = 106,7$	Kopp.

Nach Kopp's Beobachtungen, wenn dabei auch ein wenig Zufall mitgewirkt haben mag, stimmen die Volumina beider auch bei 50 und 100° vollkommen überein:

{ Isoamylalkohol;	$v_{50} = 112,3$ K.; $v_{100} = 118,7$ K.
{ Isovaleriansäure;	$v_{50} = 112,3$ K.; $v_{100} = 118,7$ K.

d'. Auch für normalen Heptylalkohol und normale Heptylsäure sind bei 0° gleiche Volumina beobachtet:

{ Norm. Heptylalk.	$S = 175,5^\circ$; $v_0 = 138,6$ Cross (1877).
{ Norm. Heptyls.	$S = 222,4^\circ$; $v_0 = 139,0$ Lieben u. Janaceck (1877).

Alle diese Thatsachen sprechen dafür, dass die Alkohole und ihre zugehörigen Säuren der Fettreihe vom dritten Glied ab bei gleicher Temperatur sehr nahe gleiche oder völlig gleiche Volumina haben.

§ 28. Ich habe dem Nachweis der erwähnten Thatsachen eine besondere Sorgfalt gewidmet aus dem Grunde, weil man bisher von der Ansicht ausging, dass sich Regelmässigkeiten der flüssigen Volumina dann am sichersten herausstellen, wenn man die Volumina bei gleicher Spannkraft der Dämpfe, also z. B. bei den respectiven Siedepunkten vergleicht. Aus verschiedenen Thatsachen geht hervor, dass dies zwar die Regel, aber nicht allgemein gültig ist.

Die Alkohole der Fettreihe und ihre Säuren, obgleich ihre Siedepunkte um einige 40° differiren, zeigen, das erste Paar ausgenommen, die einfachsten Verhältnisse, wenn man sie bei gleicher Temperatur vergleicht. Die Mittelglieder der homologen Reihe, die Alkohole und Säuren des Propyls und Butyls haben völlig identische Volumina; es

tritt C
Alkohol
alkohol
wenig
dern s
sehr w
Beobac
Paare

In
respec
Temp

Di
mehrfac
dass di
nahe g
ebenso
zahl u.

§
bei Sie
cher T
der Es
Ester v
untersc
der Te
spreche
mal so

§
gestellt
gleich
das zw
Mittel
lichen
liche
an ein
hat di
stoffa
Ich

tritt O ohne Volumenänderung an die Stelle von H_2 des Alkohols. Bei den niederen Gliedern, so bei dem Aethylalkohol und der Essigsäure, ist das Alkoholvolumen sehr wenig grösser als das Säurevolumen; bei den höheren Gliedern scheint nach einigen Beobachtungen das Säurevolumen sehr wenig grösser, als das Alkoholvolumen; nach anderen Beobachtungen erscheinen auch die Volumina der höheren Paare völlig gleich.

Im Mittel haben also die Alkohole und ihre respectiven Säuren gleiche Volumina bei gleicher Temperatur.

Diese Thatsache steht nicht allein. Analoges kommt mehrfach vor. Ich werde weiter unten z. B. nachweisen, dass die Alkohole und Ester des Propargyls und Aethyls nahe gleiche Volumina bei gleicher Temperatur haben; ebenso die Jodalkyle und die Ester von gleicher Sterenzahl u. s. f.

§ 29. Die Säuren und ihre isomeren Ester haben bei Siedehitze sehr nahe gleiches Volumen (§ 2); bei gleicher Temperatur, z. B. bei 20° , sind die Molecularvolumina der Ester jedoch beträchtlich grösser, weil der Abstand der Ester vom Siedepunkt ein viel kleinerer ist. Ihre Volumenunterschiede werden allmählich etwas kleiner mit abnehmender Temperatur, weil die einer bestimmten Abkühlung entsprechende Contraction der Ester etwa sieben Sechstheile mal so gross ist als die Contraction der isomeren Säuren.

§ 30. Durch die Paragraphen 26 bis 28 ist nun festgestellt, dass auch CO der Säuren mit CH_2 derselben gleiche Raumerfüllung hat, weil H_2 des Alkohols durch das zweiwerthig an C gebundene O in CO der Säure im Mittel ohne Volumenänderung ersetzt wird. In der nämlichen Verbindung hat daher CO unbedingt die nämliche Raumerfüllung wie CH_2 ; d. h., das zweiwerthig an ein Kohlenstoffatom gebundene Sauerstoffatom hat die nämliche Raumerfüllung wie zwei Wasserstoffatome.

Ich will dies für Buttersäure und Butylalkohol bei 0°

an einem Beispiele erläutern. Nach § 22 und 23 und § 27 b' hat man:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Norm. Butylalkohol} = \text{C}_4\text{H}_{10}\text{O}_2; v_0 = 89,62 = 5 \times 17,92. \\ \text{Norm. Buttersäure} = \text{C}_4\text{H}_8\text{O}_2; v_0 = 89,62 = 5 \times 17,92. \end{array} \right.$$

Im Aethylalkohol und der Essigsäure bei 0° (nach Kopp) haben zwar CO und CH₂ wie oben die nämliche Sterenzahl, aber wegen des ungleichen Volumenmaasses sind die messenden Zahlen nicht mehr völlig gleich. Man hat:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Aethylalkohol} = \text{C}_2\text{H}_6\text{O}; v_0 = 56,83 = 3 \times 18,94. \\ \text{Essigsäure} = \text{C}_2\text{H}_4\text{O}_2; v_0 = 55,55 = 3 \times 18,52. \end{array} \right.$$

§ 31. Nach den Mittelwerthen der beim Siedepunkt beobachteten Volumina haben Essigsäure und Aethylaldehyd gleiches Volumenmaass, denn sie sind Multipla der nämlichen Stere. Beide unterscheiden sich ihrer Zusammensetzung nach um O in OH. Man hat:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Essigsäure} = \text{CH}_3\text{CO.OH}; v = 63,9 \text{ i. M.} = 9 \times 7,1 \text{ K.u.R. (§ 26)} \\ \text{Aldehyd} = \text{CH}_3\text{CO.H}; v = 56,8 = 8 \times 7,1 \text{ K.u.P.} \end{array} \right.$$

$$\Delta v \text{ für O in OH} = 7,1.$$

Nun ist aber Vol. CH₂ = Vol. O₂ in der Essigsäure nach Paragraph 22 = 21,3:

$$\text{Essigsäure} = \text{C}_2\text{H}_4\text{O}_2; v = 63,9 = 3 \times 21,3.$$

$$\text{Aber } 21,3 \text{ ist} = 3 \times 7,1.$$

Es hat also O in OH den dritten Theil des Volumens, welches dem CH₂ und dem O₂ in der Essigsäure zukommt.

Da das Volumenmaass der Aldehyde der Normalreihe mit dem Atomgewicht abnimmt, das der Säuren aber wächst, so wird natürlich die Differenz der Säuren und Aldehyde in den höheren Paaren sofort grösser, als der dem O in OH wirklich zukommende Werth, = 7 etwa. So ist z. B.:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Propionsäure} = \text{C}_3\text{H}_5\text{CO.OH}; v = 85,9 \text{ K.} \\ \text{Propylaldehyd} = \text{C}_3\text{H}_5\text{CO.H}; v = 75,0 \text{ PP.} \end{array} \right.$$

$$\Delta v = 10,9.$$

Aber diese Differenz 10,9 entspricht keineswegs dem wahren Volumen von O in OH der Säure, weil in dieser Differenz auch der gesammte Mehrbetrag des Volumens der in der Säure und dem Aldehyd gemeinsamen Com-

ponenten enthalten ist, welcher denselben wegen des grösseren Volumenmaasses in der Säure zukommt.

Auch Phenol und Benzol haben sehr nahe gleiches Volumenmaass und bestätigen, dass dem O in OH eine Stere Raumerfüllung eigen ist. Man hat, wie sich später unzweifelhaft ergeben wird:

$$\begin{array}{l} \text{Phenol} = \text{C}_6\text{H}_5\text{OH}; v = 103,0 \text{ K.} = 15 \times 6,87. \\ \text{Benzol} = \text{C}_6\text{H}_6; v = 96,0 \text{ K.} = 14 \times 6,86. \end{array}$$

$$\Delta v = 7,0.$$

Beide unterscheiden sich also um eine Stere.

§ 32. Die bis dahin gewonnenen Thatsachen reichen nun schon hin, um die Volumenconstitution der Säuren und Ester, der Alkohole und Aldehyde, und ebenso um die Atomvolumina der Elemente in diesen Verbindungen festzustellen.

Nehmen wir, um dies klar darzulegen, das Volumenmaass so an, wie es oben für die Essigsäure und das Aldehyd sich ergeben hat, so ist festgestellt bei Siedehitze:

$$\begin{array}{l} a. \text{ Weil Vol. CH}_3 = \text{Vol. O}_2 = \text{Vol. OH}_2 = 21,3 = 3 \times 7,1 \text{ (§ 22 bis 25)} \\ \quad \text{und Vol. O in OH} = 1 \times 7,1 \text{ (§ 31)} \\ \quad \text{so ist Vol. H}_2 \text{ in OH}_2 = 2 \times 7,1 \\ \quad \text{und Vol. H} = 1 \times 7,1. \end{array}$$

Es haben daher O in OH und H die gleiche Raumerfüllung einer Stere:

$$\begin{array}{l} b. \text{ Weil Vol. CH}_3 = 21,3 = 3 \times 7,1 \\ \quad \text{und Vol. H}_2 = 2 \times 7,1 \\ \quad \text{so ist Vol. C} = 1 \times 7,1. \end{array}$$

Es hat also auch C mit H und O in OH die gleiche Raumerfüllung einer Stere:

$$\begin{array}{l} c. \text{ Weil Vol. CH}_3 = \text{Vol. CO} = 3 \times 7,1 \text{ (§ 26 u. 27).} \\ \quad \text{u. Vol. O in CO} = \text{Vol. H}_2 = 2 \times 7,1 \\ \quad \text{so ist also Vol. O in CO} = 2 \times 7,1. \end{array}$$

Es hat also O in CO zwei Steren Raumerfüllung.

Die Stere ist hier = 7,1. Sie ist mit dem Atomgewicht und der Zusammensetzung in engen Grenzen veränderlich, aber sie schwankt, wie sich zeigen wird, für alle genannten

Gruppen nur innerhalb der Grenzen 6,7 und 7,4 und ist im Durchschnitt etwa 7.

Das überaus einfache, schöne und merkwürdige Resultat dieser Untersuchungen ist daher:

Die Atomvolumina der Elemente Kohlenstoff und Wasserstoff und des einwerthig verketteten Sauerstoffes sind in jeder Verbindung gleich und werden durch eine Stere gemessen.

Dem Atomvolumen des zweiwerthig an ein Kohlenstoffatom gebundenen Sauerstoffes in CO entsprechen zwei Steren.

Dem O_2 des Carboxyls = CO.OH der Säuren entsprechen drei Steren, weil es O in CO mit zwei Steren und O in OH mit einer Stere enthält.

IV. Volumenconstitution der gesättigten Verbindungen.

§ 33. Nach Ermittlung der erwähnten einfachen Naturgesetze ist nun die Volumenconstitution der Säuren und Ester, der Alkohole und Aldehyde der Fettreihe nach dem Vorausgehenden unmittelbar gegeben.

Ich bezeichne mit einer ganzen Zahl rechts unten neben dem Zeichen eines Elementes, wie üblich, die Anzahl der Atome, mit welchen es in einer Verbindung enthalten ist; und mit einer ganzen Zahl rechts oben neben dem Zeichen eines Elementes die Anzahl der Steren, welche die bezeichnete Atomzahl dieses Elementes in der Verbindung zur Raumerfüllung beiträgt. Die Summe aller dieser Steren der Elementaratome macht die Sterenzahl der Verbindung aus. Das beobachtete Volumen, mit dieser Sterenzahl getheilt, ergibt die Grösse der Stere.

Es lässt sich auf diese Weise die Volumenconstitution jeder Verbindung, ganz analog wie ihre Zusammensetzung nach Gewichten, durch eine einfache Formel ausdrücken.

Im Folgenden stelle ich diese Formeln für die oben erwähnten Gruppen, sofern dieselben auf ihre Ausdehnung durch die Wärme untersucht sind, zusammen. Die Volumina

und S
den V

§
sonach

1. M

2. A

3. P

4. Is

5. Is

6. M

D

vor.

hoch a

anhein

J

Raum

§

1. A

2. Ea

3. P

4. N

5. Is

6. Is

D

Isoreil

verbin

Volum

zukom

§

ergibt

und Steren gelten alle für die Siedepunkte der betreffenden Verbindungen.

§ 34. Für die Alkohole der Fettreihe ergibt sich sonach:

1. Methylalkohol	$\left\{ \begin{array}{l} = C_1^1 H_3^3 O_1^1 H_1^1 \\ = C_1^1 H_2^2 O_1^1 \end{array} \right\}$	$v = 42,3 \text{ K.} = 6 \times 7,05.$
		$v = 42,4 \text{ P.} = 6 \times 7,06.$
2. Aethylalkohol	$= C_2^2 H_5^5 O_1^1$	$v = 61,7 \text{ P.} = 9 \times 6,86.$
		$v = 62,2 \text{ K.} = 9 \times 6,91.$
		$v = 62,7 \text{ R.} = 9 \times 6,97.$
3. Propylalkohol	$= C_3^3 H_7^7 O_1^1$	$v = 81,5 \text{ PP.} = 12 \times 6,79.$
4. Isobutylalkohol	$= C_4^4 H_9^9 O_1^1$	$v = 102,3 \text{ PP.} = 15 \times 6,83.$
5. Isoamylalkohol	$= C_5^5 H_{11}^{11} O_1^1$	$v = 122,8 \text{ P.} = 18 \times 6,82.$
		$v = 123,5 \text{ K.} = 18 \times 6,86.$
6. Methylhexylcarbinol	$= C_6^6 H_{13}^{13} O_1^1$	$v = 197,3 \text{ R.} = 27 \times 7,31.$

Die Abnahme der Stere in der Normalreihe liegt klar vor. Ob die Ramsay'sche Bestimmung Nr. 6 nicht etwas zu hoch ausgefallen ist, muss ich einer wiederholten Beobachtung anheimstellen.

Jedes Elementaratom der Alkohole erfüllt den Raum einer Stere.

§ 35. Für die Säuren der Fettreihe ergibt sich:

1. Ameisensäure	$\left\{ \begin{array}{l} = H_1^1 C_1^1 O_1^2 O_1^1 H_1^1 \\ = C_1^1 H_2^2 O_2^2 \end{array} \right\}$	$v = 41,8 \text{ K.} = 6 \times 6,97.$
2. Essigsäure	$= C_2^2 H_4^4 O_2^2$	$v = 63,4 \text{ K.} = 9 \times 7,04.$
		$v = 64,3 \text{ R.} = 9 \times 7,14.$
3. Propionsäure	$= C_3^3 H_6^6 O_2^2$	$v = 85,9 \text{ K.} = 12 \times 7,16.$
		$v = 86,0 \text{ P.} = 12 \times 7,17.$
4. Norm. Buttersäure	$= C_4^4 H_8^8 O_2^2$	$v = 108,0 \text{ P.} = 15 \times 7,19.$
5. Isobuttersäure	$= C_4^4 H_8^8 O_2^2$	$v = 106,5 \text{ PP.} = 15 \times 7,10.$
		$v = 106,7 \text{ K.} = 15 \times 7,11.$
6. Isovaleriansäure	$= C_5^5 H_{10}^{10} O_2^2$	$v = 130,4 \text{ K.} = 18 \times 7,24.$
		$v = 130,6 \text{ PP.} = 18 \times 7,26.$

Die Zunahme der Stere in der Normalreihe und in der Isoreihe liegt klar vor. Ebenso ist die Stere der Normalverbindung grösser als die Stere der Isoverbindung. Die Volumina der Säuren enthalten eine dem Sauerstoff zukommende Stere mehr als Elementaratome.

§ 36. Für die Ester, nach ihrem Säuregehalt geordnet, ergibt sich:

I. Formiate:

1. Ameisens. Methyl = $C_2^3H_4^4O_2^3$; $v = 63,1$ K. = $9 \times 7,01$.
 $v = 63,2$ R. = $9 \times 7,02$.
 2. „ Aethyl = $C_3^3H_6^6O_2^3$; $v = 84,7$ K. = $12 \times 7,06$.
 $v = 85,4$ P. = $12 \times 7,12$.
 $v = 85,6$ R. = $12 \times 7,13$.
 3. „ Propyl = $C_4^4H_8^8O_2^3$; $v = 106,9$ PP. = $15 \times 7,13$.
 4. „ Isobutyl = $C_5^5H_{10}^{10}O_2^3$; $v = 130,9$ PP. = $18 \times 7,29$.

II. Acetate.

5. Essigsaures Methyl = $C_3^3H_4^6O_2^3$; $v = 83,9$ K. = $12 \times 6,99$.
 6. „ Aethyl = $C_4^4H_6^8O_2^3$; $v = 107,4$ K. = $15 \times 7,16$.
 $v = 107,7$ P. = $15 \times 7,18$.
 7. „ Propyl = $C_5^5H_{10}^{10}O_2^3$; $v = 129,5$ PP. = $18 \times 7,19$.
 8. „ Isobutyl = $C_6^6H_{12}^{12}O_2^3$; $v = 149,1$ PP. = $21 \times 7,10$.
 9. „ Isoamyl = $C_7^7H_{14}^{14}O_2^3$; $v = 175,4$ K. = $24 \times 7,31$.

III. Propionate.

10. Propionsaur. Aethyl = $C_5^5H_{10}^{10}O_2^3$; $v = 126,7$ K. = $18 \times 7,04$.
 $v = 128,6$ PP. = $18 \times 7,14$.
 11. „ Propyl = $C_6^6H_{12}^{12}O_2^3$; $v = 152,0$ PP. = $21 \times 7,24$.
 12. „ Isobutyl = $C_7^7H_{14}^{14}O_2^3$; $v = 175,0$ PP. = $24 \times 7,29$.

IV. Isobutyrate.

13. Isobutters. Methyl = $C_5^5H_{10}^{10}O_2^3$; $v = 127,1$ K. = $18 \times 7,06$.
 $v = 128,3$ PP. = $18 \times 7,13$.
 14. „ Aethyl = $C_6^6H_{12}^{12}O_2^3$; $v = 149,7$ K. = $21 \times 7,12$.
 $v = 151,9$ PP. = $21 \times 7,23$.
 15. „ Propyl = $C_7^7H_{14}^{14}O_2^3$; $v = 174,4$ PP. = $24 \times 7,27$.
 16. „ Isobutyl = $C_8^8H_{16}^{16}O_2^3$; $v = 199,9$ PP. = $27 \times 7,40$.
 17. „ Isoamyl = $C_9^9H_{18}^{18}O_2^3$; $v = 221,7$ PP. = $30 \times 7,39$.

V. Isovalerianate.

18. Isovalerians. Methyl = $C_6^6H_{12}^{12}O_2^3$; $v = 149,6$ K. = $21 \times 7,12$.
 $v = 149,8$ PP. = $21 \times 7,13$.
 19. „ Aethyl = $C_7^7H_{14}^{14}O_2^3$; $v = 174,7$ PP. = $24 \times 7,28$.
 20. „ Propyl = $C_8^8H_{16}^{16}O_2^3$; $v = 198,6$ PP. = $27 \times 7,36$.
 21. „ Isobutyl = $C_9^9H_{18}^{18}O_2^3$; $v = 217,8$ PP. = $30 \times 7,26$.
 22. „ Isoamyl = $C_{10}^{10}H_{20}^{20}O_2^3$; $v = 244,6$ K. = $33 \times 7,41$.
 $v = 245,7$ PP. = $33 \times 7,45$.

Es ist überraschend, welche einfache und schöne Gesetzmässigkeit sich in all diesen Beziehungen ausspricht.

§ 37. Für die Aldehyde und Ketone ergibt sich:

1. Aethylaldehyd $\begin{cases} = C_2^1H_3^3.C_1^1O_1^1H_1^1 \\ = C_2^2H_4^4O_1^1; \end{cases} \begin{cases} v = 56,9 \text{ K.} \\ v = 56,8 \text{ P.} \end{cases} \begin{cases} = 8 \times 7,10. \\ = 8 \times 7,10. \end{cases}$

2. Propylaldehyd	$= \text{C}_3^3\text{H}_6^6\text{O}_1^2$; $v = 75,0 \text{ PP.} = 11 \times 6,82.$
3. Aceton	$= \text{C}_3^3\text{H}_6^6\text{O}_1^2$; $v = 77,4 \text{ K.} = 11 \times 7,04.$ $v = 77,0 \text{ Th.} = 11 \times 7,00.$
4. Isobutylaldehyd	$= \text{C}_4^4\text{H}_8^8\text{O}_1^2$; $v = 96,3 \text{ PP.} = 14 \times 6,88.$
5. Isoamylaldehyd	$= \text{C}_5^5\text{H}_{10}^{10}\text{O}_1^2$; $v = 118,6 \text{ K.} = 17 \times 6,98.$ $v = 118,7 \text{ PP.} = 17 \times 6,98.$

Das Volumenmaass der Aldehyde sinkt vom ersten zum zweiten Glied in der Normalreihe. In der Isoreihe scheint es mit dem Atomgewicht zu wachsen.

§ 38. Die einfachen in § 32 zusammengestellten Gesetze gelten jedoch nicht nur für die Alkohole und Säuren, die Ester und Aldehyde, aus deren Beziehungen sie abgeleitet wurden; sie sind ebenso gültig für alle gesättigten Verbindungen, also für alle aus Kohlenstoff, Wasserstoff und Sauerstoff zusammengesetzten Verbindungen, welche keine mehrfach verketteten Kohlenstoffatome enthalten.

Es geht dies zunächst hervor aus den bis jetzt auf ihre Ausdehnung durch die Wärme untersuchten gesättigten Kohlenwasserstoffen.

Jedes Elementaratom derselben erfüllt den Raum einer Stere. Sie sind:

1. Propylisopropyl	$= \text{C}_6^6\text{H}_{14}^{14}$; $v = 138,7 \text{ R.}$	$= 20 \times 6,94.$
2. Normales Hexan	$= \text{C}_6^6\text{H}_{14}^{14}$; $v = 140,1 \text{ berechnet}$	$= 20 \times 7,00.$
3. Aethylisoamyl	$= \text{C}_7^7\text{H}_{16}^{16}$; $v = 162,3 \text{ Th.}$	$= 23 \times 7,05.$
4. Normales Heptan	$= \text{C}_7^7\text{H}_{16}^{16}$; $v = 162,9 \text{ Th.}$	$= 23 \times 7,08.$
5. Diisobutyl	$= \text{C}_6^6\text{H}_{14}^{14}$; $v = 184,8 \text{ K.}$	$= 26 \times 7,10.$
	$v = 185,5 \text{ Th.}$	$= 26 \times 7,13.$
6. Normales Octan	$= \text{C}_8^8\text{H}_{18}^{18}$; $v = 186,9 \text{ Th.}$	$= 26 \times 7,19.$

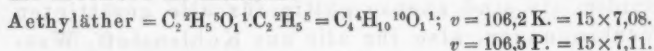
Das normale Hexan ist berechnet nach Schorlemmer's Dichtigkeitsbestimmung $s = 0,6630$ bei 17° und den Ausdehnungsmessungen Thorpe's für das normale Heptan.

Diese Verbindungen weisen das Wachsen des Volumenmaasses oder der Stere mit dem Atomgewicht nach; sie bestätigen, wie schon Thorpe an denselben erkannt hat, dass das Volumenmaass der Normalverbindung beim Siedepunkt sehr wenig, jedoch etwas grösser ist, als das der Isomeren, und sie legen dar, dass die Mole-

cularvolumina dieser Kohlenwasserstoffe Multipla der Stere 6,9 bis 7,2 sind.

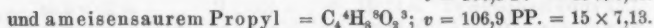
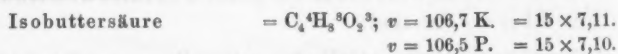
Diese Gruppe enthält eine prägnante Bestätigung für die Richtigkeit des Sterengesetzes und der abgeleiteten Gesetze über die Atomvolumina der Elemente in ihren Verbindungen.

§ 39. Die chemische Constitution des Aethyläthers ist dargestellt durch die Formel $C_2H_5 \cdot O \cdot C_2H_5$. Der je einwerthig an zwei Gruppen Aethyl = $C_2^2H_5^5$ gebundene Sauerstoff muss nach den bisher ermittelten Thatsachen eine Stere Raumerfüllung haben. Die Volumenconstitution des Aethers ist hiernach:

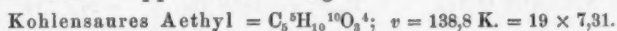


Jedes Elementaratom der gesättigten Aetherarten trägt eine Stere zur Raumerfüllung bei. Die entwickelten Volumengesetze sind hierdurch auf das unzweideutigste bestätigt.

Dass dem Aethyläther 15 Steren entsprechen müssen, geht übrigens auch hervor aus seinem vollkommenen Isomerismus mit:



§ 40. Die Structurformel des kohlen-sauren Aethyls ist $(C_2H_5O)_2CO$. Seine Volumenconstitution muss daher sein: $C_4^4H_{10}^{10}O_3^3 \cdot C_1^1O_1^1 = C_5^5H_{10}^{10}O_3^4 = 19$ Steren. Nun hat man nach Kopp's Beobachtung:



Die Stere erscheint etwas hoch. Aber die Ester von hohem Atomgewicht haben normal grosse Steren; schon die Annahme von 20 Steren würde die Stere 6,94 bedingen; eine so niedere Stere, wie sie überhaupt kein einziger Ester darbietet. Die Beobachtung bestätigt also die Sterenzahl 19, wie sie theoretisch voranzusehen ist.

§ 41. Dem oxalsauren Methyl gibt man die Structurformel $\begin{matrix} \text{OCOCH}_3 \\ | \\ \text{OCOCH}_3 \end{matrix}$, wonach seine Volumenconstitution als

$O_1^2C_1^1O_1^1C_1^1H_3^3 = C_4^4H_6^6O_4^6$ zu erwarten ist. Es wird dies durch Kopp's Betrachtung bestätigt; denn es ist:

Oxalsaures Methyl = $C_4^4H_6^6O_4^6$; $v = 115,0 \text{ K.} = 16 \times 7,19$.

Auch die Bernsteinsäure ist zweibasisch und enthält daher die Gruppe CO doppelt; für bernsteinsaures Aethyl ergibt sich hiernach die Volumenconstitution:

Bernsteinsaures Aethyl = $C_8^8H_{14}^{14}O_4^6$; $v = 209,2 \text{ K.} = 28 \times 7,47$.

Fernere Beobachtungen müssen entscheiden, ob den Estern der zweibasischen Säuren, welche die doppelte Anzahl von Sauerstoffatomen enthalten, in der That regelmässig ein etwas grösseres Volumenmaass zukommt, als den Estern der einbasischen Säuren, wie es nach den vorliegenden Beispielen den Anschein hat.

§ 42. Für zweiwerthige Alkohole oder Glycole liegt bis jetzt nur eine Beobachtung von Ramsay für das Aethylenglycol vor. Ist seine Structurformel = $HO.H_2C.CH_2.OH$ oder = $CH_3.CH_2 \begin{smallmatrix} \text{OH} \\ \text{OH} \end{smallmatrix}$, so muss seine Volumenconstitution gegeben sein durch $C_2^2H_6^6O_2^2 = 10 \text{ Steren}$.

Es bestätigt sich dies durch die Beobachtung, denn:

Aethylenglycol = $C_2^2H_6^6O_2^2$; $v = 65,6 \text{ R.} = 10 \times 6,56$.

Es können nicht 9 Steren angenommen werden, denn ihnen würde die Stere 7,29 entsprechen, weil $65,6 = 9 \times 7,29$. Eine so hohe Stere für einen Alkohol wäre ganz ohne Analogie. Entsprechen aber die 10 Steren, so zeichnen sich die zweiwerthigen Alkohole gerade so durch eine doppelt erniedrigte Stere aus, wie die zweiwerthigen Säuren und Ester durch eine doppelt erhöhte; eine sehr merkwürdige und lehrreiche Thatsache, deren fernere Bestätigung abzuwarten ist.

§ 43. Der nahe Isosterismus des Essigsäureanhydrids = $C_4H_6O_3$ mit Normalbuttersäure ergibt, dass das erstere 15 Steren hat. Es stimmt dies vollkommen überein mit der Structurformel des Anhydrids = $C_1^1H_3^3.C_1^1O_1^2.O_1^1.C_1^1O_1^2.C_1^1H_3^3 = C_4^4H_6^6O_3^5 = 15 \text{ Steren}$, und die Beobachtung bestätigt

also auch hier die Richtigkeit der theoretischen Auffassung. Man hat:

- { Normalbuttersäure = $C_4H_8O_2$; $v = 108,0$ P. = $15 \times 7,19$.
 { Essigsäureanhydrid = $C_4H_6O_3$; $v = 109,9$ K. = $15 \times 7,33$.

§ 44. Es sind dies alle auf ihre Ausdehnung durch die Wärmeuntersuchten Kohlenwasserstoffe und Kohlenwasserstoffoxyde, welche keine mehrfachen Bindungen von Kohlenstoffatomen enthalten. Sie bestätigen alle die entwickelte Theorie.

Es würde sich die gleiche Thatsache auch noch für viele Verbindungen bestätigen lassen, für welche sich, wenigstens sehr angenähert, wie oben für das normale Hexan, das Volumen beim Siedepunkte berechnen lässt aus ihrem beobachteten Volumen bei 0° oder gewöhnlicher Temperatur und der beobachteten Ausdehnung durch die Wärme für eine homologe Substanz. Ich habe dazu eine grössere vorbereitende Arbeit¹⁾ bereits mitgeteilt. Jene Berechnung auf viele Verbindungsklassen auszudehnen, ist jedoch die Aufgabe einer selbständigen Untersuchung von sehr bedeutender Ausdehnung, auf die ich deshalb hier ganz und gar nicht eingehen will und kann.

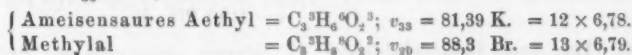
§ 45. Hervorheben muss ich jedoch schon hier, dass sich nach dem Sterengesetz auch aus dem beobachteten Volumen bei 0° oder z. B. bei 20° in vielen Fällen mit Bestimmtheit die Volumenconstitution ermitteln lässt, und ich will dies durch ein Paar Beispiele belegen.

Es ist dies z. B. dann der Fall, wenn sich das Volumen der beobachteten Substanz mit demjenigen einer Substanz von bekannter Volumenconstitution und von nahe gleichem Siedepunkt bei gleicher Temperatur oder bei gleichem Abstand vom Siedepunkte vergleichen lässt.

§ 46. Das Methylal = $C_3H_8O_2$ betrachtet man als Methylendimethyläther. Ist diese Auffassung richtig, so muss jedes Elementaratom des Methylals eine Stere zur Raumerfüllung beitragen, und seine Volumenconstitution muss gegeben sein durch die Formel $C_3^3H_8^6O_2^2 = 13$ Steren.

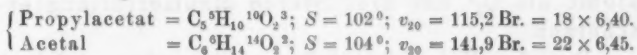
1) H. Schröder, Ber. d. math. phys. cl. d. K. Acad. d. Wiss. zu München 1881. I. p. 23—56.

Sein Volumen ist bei 20° von Brühl bestimmt; sein Siedepunkt zu 42,3°. Sein Volumen ist also bei 22° unter seinem Siedepunkt bestimmt. Nun ergibt sich z. B. aus Kopp's Beobachtungen für ameisensaures Aethyl bei 22° unter seinem Siedepunkt = 55°, also bei 33° das Volumen $v_{33} = 81,39$. Hiernach hat man:



Die vollkommene Uebereinstimmung des Volumenmaasses oder der Stere beider Verbindungen bei gleichem Abstand vom respectiven Siedepunkte bestätigt die vorausgesetzte Volumenconstitution.

§ 47. Das Acetal wird gehalten für Aethyliden-diäthyläther. Es muss in demselben daher ebenfalls jedes Elementaratom eine Stere zur Raumerfüllung beitragen. Wenn die Auffassung richtig ist, muss seine Volumenconstitution gegeben sein durch die Formel $\text{C}_6^6\text{H}_{14}^{14}\text{O}_2^2 = 22$ Steren. Die Wahrscheinlichkeit dieser Folgerung wird dadurch unterstützt, dass hiernach dem Acetal und dem Propylacetat bei nahe gleichem Siedepunkte auch nahe gleiches Volumenmaass bei 20° entspricht. Es ist nach der Beobachtung von Brühl:



Ich werde im Folgenden noch mehrfach Gelegenheit haben, solche Beziehungen zur Ermittlung der Volumenconstitution einer Verbindung zu benutzen.

V. Ungesättigte Verbindungen der Fettreihe.

§ 48. Auf ihre Ausdehnung durch die Wärme sind von hierher gehörigen Kohlenwasserstoffen nur untersucht: das Valerylen, das Isoamylen und das Diallyl. Auf das letztere komme ich nach Behandlung der Allylverbindungen zurück. Die beiden ersten bilden mit dem Isoamylaldehyd eine Reihe, deren Glieder sich durch nahe gleiches Volumenmaass und die regelmässige Differenz um eine Stere auszeichnen. Da die Sterenzahl des Isoamylaldehyds nach dem Früheren bekannt ist, so ist hiermit auch

die Sterenzahl des Valerylens und Isoamylens gegeben. In der That ist:

			Differenz in runder Zahl:
1. Valerylen	$= C_5H_8$	$v = 103,9$ Buff	$A(2-1) = 7.$
2. Isoamylen	$= C_5H_{10}$	$v = 111,4$ Buff $v = 110,8$ R.	
3. Isoamylaldehyd	$= C_5^5H_{10}^{10}O_1^2$	$v = 118,6$ K. $v = 118,7$ PP.	$A(3-2) = 7.$

Da dem Isoamylaldehyd 17 Steren entsprechen, hat hiernach das Isoamylen 16 und das Valerylen 15 Steren.

§ 49. Das gewöhnliche Amylen (Isoamylen) vom Siedepunkt 34° hat wahrscheinlich die Constitutionsformel: $(CH_3)_2CH = CH.CH_3$. Es enthält eine Doppelbindung zweier Kohlenstoffatome und nach dem Obigen eine Stere mehr als Elementaratome.

Dem Valerylen $= CH_2 = CH.CH_2.CH = CH_2$ gehören zwei Doppelbindungen je zweier Kohlenstoffatome an, und es hat nach dem Obigen zwei Steren mehr als Elementaratome.

Diese Volumenvergrößerung kann nur auf Rechnung der doppelt gebundenen Kohlenstoffatome gesetzt werden, sodass zwei doppelt verkettete Kohlenstoffatome als C_2^3 mit drei Steren Raumerfüllung erscheinen.

Dass dem Valerylen 15 Steren entsprechen, wird noch überdies bestätigt durch seinen nahe vollkommenen Isosterismus mit Isobutylalkohol, denn man hat:

{	Isobutylalkohol	$= C_4^4H_{10}^{10}O_1^1$	$v = 102,3$ PP.	$= 15 \times 6,83.$
{	Valerylen	$= C_5H_8$	$v = 103,9$ Buff	$= 15 \times 6,93.$

Es ergibt sich hiernach die Volumenconstitution dieser beiden Kohlenwasserstoffe als:

{	Valerylen	$= C_5^5H_8^8$	$v = 103,9$ Buff	$= 15 \times 6,93.$
{	Isoamylen	$= C_5^6H_{10}^{10}$	$v = 111,4$ Buff $v = 110,8$ R.	$= 16 \times 6,96.$ $= 16 \times 6,93.$

§ 50. Vergleicht man das Isoamylen mit dem Propylisopropyl:

{	Propylisopropyl	$= C_6^6H_{14}^{14}$	$v = 138,7$ R.	$= 20 \times 6,94.$
{	Isoamylen	$= C_5^6H_{10}^{10}$	$v = 110,8$ R.	$= 16 \times 6,93,$

so ergibt sich, dass sich die Volumina beider genau um vier Steren unterscheiden, welche dem Mehrgehalt des Wasserstoffes im Propylisopropyl entsprechen; es haben also die fünf Atome Kohlenstoff des Amylens genau die nämliche Raumerfüllung, wie die sechs Atome Kohlenstoff des Propylisopropyls. Wir gelangen hierdurch auf einem zweiten Wege zu dem schon im Paragraph 49 gewonnenen Resultate.

Diese beiden Kohlenwasserstoffe, Isoamylen und Valerylen bieten einen Beleg dar, wie er nicht prägnanter gedacht werden kann, für den wichtigen Satz: dass die Condensationen des Kohlenstoffes in einfachen Verhältnissen stehen. Der nämliche Satz hatte sich aber für die Condensationen des Sauerstoffes ergeben.

§ 51. Dem einwerthigen Allyl = C_3H_5 gibt man die Structurformel $CH_2 = CH_2 \cdot CH_2$. Es enthält hiernach ein Paar doppelt verkettete Kohlenstoffatome. Bestätigt sich die aus dem Amylen und Valerylen entnommene Regel, dass ein doppelt verkettetes Kohlenstoffpaar = C_2^3 ist, so muss das Allyl die Volumenconstitution $C_3^4H_5^5$ und eine Stere mehr als Elementaratome haben. Dies bewährt sich zunächst durch den auf seine Ausdehnung durch die Wärme untersuchten Allylalkohol, dessen Volumenconstitution hiernach = $C_3^4H_5^5O_1^1H_1^1 = 11$ Steren sein muss.

Sein nahe vollkommener Isosterismus mit dem Propylaldehyd lässt hierüber keinen Zweifel. Man hat:

{	Allylalkohol	= $C_3^4H_5^5O_1^1$;	$v = 73,9$ Tollens	= $11 \times 6,72$.
			$v = 74,4$ Th.	= $11 \times 6,75$.
			$v = 74,6$ Buff	= $11 \times 6,78$.
{	Propylaldehyd	= $C_3^3H_5^6O_1^2$;	$v = 75,0$ PP.	= $11 \times 6,82$.

Es hat also die Doppelbindung eines Kohlenstoffpaares im Allylalkol genau die nämliche Wirkung auf das Molecularvolumen, wie die Doppelbindung eines Kohlenstoff- und Sauerstoffatoms im Propylaldehyd, nämlich die Vergrößerung des Molecularvolumens um eine Stere.

Es ist zugleich lehrreich, sich zu überzeugen, dass das Volumenmaass, also die Stere des Allylalkohols und Propylalkohols nahe völlig übereinstimmen; denn es ist:

{ Allylkohol	= $C_3^5H_6^8O_1^1$; $v = 74,6$ Buff	= $11 \times 6,78$.
{ Propylalkohol	= $C_3^5H_8^8O_1^1$; $v = 81,5$ PP.	= $12 \times 6,79$.

§ 52. Die oben abgeleitete Volumenconstitution des Allyls wird noch ferner bestätigt durch die Thatsache, dass bei 20° , wie aus den Beobachtungen von Brühl hervorgeht, die entsprechenden Allyl- und Propylverbindungen, deren Siedepunkte sich sehr nahe liegen, immer nahe genau um eine Stere sich unterscheiden. In der That ist:

1. { Propylaldehyd	= $C_3^5H_6^8O_1^2$; $S = 48,1^\circ$ Br. $v_{20} = 71,9$ Br.	= $11 \times 6,54$.
{ Acrolein	= $C_3^5H_4^8O_1^2$; $S = 50,0^\circ$ Br. $v_{20} = 66,6$ Br.	= $10 \times 6,66$.
2. { Propyläthyläther	= $C_5^5H_{12}^{10}O_1^1$; $S = 64,0^\circ$ Br. $v_{20} = 119,2$ Br.	= $18 \times 6,62$.
{ Allyläthyläther	= $C_5^5H_{10}^{10}O_1^1$; $S = 67,2^\circ$ Br. $v_{20} = 112,4$ Br.	= $17 \times 6,61$.
3. { Propylalkohol	= $C_3^5H_8^8O_1^1$; $S = 97,4^\circ$ Br. $v_{20} = 74,6$ Br.	= $12 \times 6,22$.
{ Allylkohol	= $C_3^5H_8^8O_1^1$; $S = 97,2^\circ$ Br. $v_{20} = 67,9$ Br.	= $11 \times 6,17$.
4. { Propylacetat	= $C_5^5H_{10}^{10}O_2^3$; $S = 101,5^\circ$ Br. $v_{20} = 115,2$ Br.	= $18 \times 6,40$.
{ Allylacetat	= $C_5^5H_8^8O_2^3$; $S = 104,5^\circ$ Br. $v_{20} = 107,8$ Br.	= $17 \times 6,34$.
5. { Buttersäure	= $C_4^5H_8^8O_2^3$; $S = 162,0^\circ$ L. $v_{20} = 91,8$ L.	= $15 \times 6,11$.
{ Metacrylsäure	= $C_4^5H_6^8O_2^3$; $S = ?$ $v_{20} = 84,7$ Br.	= $14 \times 6,05$.

Das Volumenmaass, d. h. die Grösse der Stere, stimmt in jedem Paar sehr nahe überein und ist für die Allylverbindung, welcher ein etwas höherer Siedepunkt entspricht, durchschnittlich deshalb nur sehr wenig kleiner.

Aus dieser Uebereinstimmung der Steren bei nahe gleichen Siedepunktsabständen folgt wohl auch, dass die Contractionen für gleiche Abstände vom Siedepunkt ab für die entsprechenden Propyl- und Allylverbindungen wenigstens nahe übereinstimmen müssen. Aus den Beobachtungen lassen sie sich nur für die Alkohole vergleichen und sind z. B. für 50° vom Siedepunkt ab in Tausendtheilen des Volumens beim Siedepunkt für Propylalkohol $C_{60} = 57$ PP.; für Allylkohol $C_{60} = 58$ bis 59 Thorpe. Beide Werthe stimmen nahe überein.

§ 53. Dem Diallyl = C_6H_{10} , welches beim Siedepunkt vollkommen isoster ist mit den Estern = $C_5^5H_{10}^{10}O_2^3$ von 18 Steren, kommen deshalb unzweifelhaft ebenfalls 18 Steren zu. Man hat z. B.:

{ Diallyl	= C_6H_{10} ; $v = 126,9$ Buff	= $18 \times 7,05$.
{ Propionsaures Aethyl	= $C_5^5H_{10}^{10}O_2^3$; $v = 126,7$ K.	= $18 \times 7,04$.

Das Diallyl, weil im Siedepunkt nahe übereinstimmend mit dem Diisopropyl, wird von Tollens aufgefasst als $\text{CH}_3\text{CH}=\text{CH}\cdot\text{CH}=\text{CH}\cdot\text{CH}_3$. Es muss daher, wenn sich die oben gefundene Regel bestätigt, zwei Paare Kohlenstoffatome als C_2^3 und zwei Steren mehr als Elementaratome enthalten; seine Volumenconstitution muss sich ergeben als $\text{C}_6^8\text{H}_{10}^{10} = 18$ Steren.

Dies ist nun durch die Beobachtung Buff's und den oben erwähnten Isosterismus in schönster Weise bestätigt.

Man hat daher für die drei ungesättigten Kohlenwasserstoffe:

- $$\left\{ \begin{array}{l} 1. \text{Valerylen} = \text{C}_5^7\text{H}_8^8; v = 103,9 \text{ Buff} = 15 \times 6,93. \\ 2. \text{Isoamylen} = \text{C}_5^8\text{H}_{10}^{10}; v = 111,4 \text{ Buff} = 16 \times 6,96. \\ 3. \text{Diallyl} = \text{C}_6^8\text{H}_{10}^{10}; v = 126,9 \text{ Buff} = 18 \times 7,05. \end{array} \right.$$

Das Wachsen der Stere mit dem Atomgewicht tritt auch hier deutlich hervor.

Diese überaus lehrreiche Gruppe enthält den klarsten Beweis dafür, dass die Condensationen des Kohlenstoffes in einfachen Verhältnissen stehen.

§ 54. Die abgeleitete Volumenconstitution des Diallyls wird noch ferner unterstützt durch sein Volumen bei 20° nach Brühl's Beobachtungen; denn es ist bei nicht sehr verschiedenen Siedepunkten mit dem Propyläthyläther vollkommen isoster, dessen Volumenconstitution nach dem Früheren ausser Zweifel steht. In der That ist:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Diallyl} = \text{C}_6^8\text{H}_{10}^{10}; S = 59,1^\circ \text{ Br. } v_{20} = 119,2 \text{ Br.} = 18 \times 6,62. \\ \text{Propyläthyläth.} = \text{C}_5^8\text{H}_{12}^{12}\text{O}_1^1; S = 64,0^\circ \text{ Br. } v_{20} = 119,2 \text{ Br.} = 18 \times 6,62. \end{array} \right.$$

Auch die Volumina des Acetons und Diallyls, deren Siedepunkte nahe übereinstimmen, stehen bei 20° in einfachen, obiger Volumenconstitution entsprechenden Verhältnissen; denn man hat:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Diallyl} = \text{C}_6^8\text{H}_{10}^{10}; S = 59,1^\circ \text{ Br. } v_{20} = 119,2 \text{ Br.} = 18 \times 6,62. \\ \text{Aceton} = \text{C}_3^3\text{H}_6^6\text{O}_1^2; S = 56,9^\circ \text{ Br. } v_{20} = 73,2 \text{ L.} = 11 \times 6,65. \end{array} \right.$$

$$\Delta v = 46,0 = 7 \times 6,6.$$

Alle diese Beziehungen lassen über die Volumenconstitution des Diallyls keinen Zweifel. Das Sterengesetz ist nicht nur bei den Siedepunkten, sondern auch bei 20° auf das klarste bestätigt.

§ 55. Es sind dies alle bis jetzt auf ihre Ausdehnung durch die Wärme untersuchten Kohlenwasserstoffe und Kohlenwasserstoffoxyde der Fettreihe, welche mehrfache Bindungen des Kohlenstoffes enthalten.

Die einfache und schöne Gesetzmässigkeit, welche sich für dieselben ergibt, ist einer der glänzendsten Belege für das Sterengesetz.

Zu den früher Paragraph 32 gegebenen Volumengesetzen tritt hiernach noch das weitere hinzu:

Zwei doppelt verkettete Kohlenstoffatome tragen drei Steren zur Raumerfüllung bei.

Es muss noch hervorgehoben werden, dass durch die doppelte Bindung zweier Kohlenstoffatome zwei Wasserstoffatome zur Sättigung entbehrlich werden. Diese würden aber zwei Steren zur Raumerfüllung beitragen, während die doppelte Kohlenstoffbindung nur eine Expansion der beiden Kohlenstoffatome um zusammen eine Stere hervorbringt: aus dem einfach gebundenen C_2^2 wird C_3^3 .

Die Expansion des Kohlenstoffes ersetzt also hier das Volumen des dadurch entbehrlich werdenenden Wasserstoffes nur zur Hälfte.

VI. Aromatische Verbindungen.

§ 56. Aus allen bis jetzt untersuchten Verbindungen, welche den Phenylkern $= C_6H_5$ enthalten, geht übereinstimmend hervor, dass derselbe mit dem Isobutyl $= C_4^4H_9^9$ nahe vollkommen isoster ist und daher eine Raumerfüllung von 13 Steren hat.

Die aromatischen Verbindungen unterscheiden sich hierdurch auch ihrer Volumenconstitution nach wesentlich von den ungesättigten Verbindungen der Fettreihe. In den letzteren tritt für jede Mehrbindung der Kohlenstoffatome, als der gesättigten Verbindung von gleichem Kohlenstoffgehalt entspricht, eine Vergrösserung des Volumens, und respective eine Expansion der Kohlenstoffatome um eine Stere ein.

Im Benzol $= C_6H_6$ finden sich vier Bindungen zweier Kohlenstoffatome mehr, als der gesättigten Verbindung

entsp
friedi
um
der
I
bindu
stoffa
I
chen
Volum
betre
verbi
bindu
That
nom
lume
Vol.

bind

1. {
2. {
3. {
4. {
5. {
6. {
7. {

entsprechen würden, also 8 Valenzen, welche dadurch befriedigt sind; gleichwohl ist das Volumen des Benzols nur um zwei, nicht um vier Steren grösser, als der Anzahl der Elementaratome entsprechen würde.

Man kann also sagen: Bei den aromatischen Verbindungen entspricht zwei Mehrbindungen je zweier Kohlenstoffatome nur eine Volumenvergrösserung um eine Stere.

Ich werde weiter unten darauf zurückkommen, zu welchen Schlüssen über das Structurschema des Benzols diese Volumenconstitution Anlass gibt, und hier vorerst nur die betreffende Thatsache feststellen.

§ 57. Den Isosterismus der Isobutyl- und Phenylverbindungen und ebenso der Isoamyl- und Benzylverbindungen hat schon H. Kopp bemerkt und aus dieser Thatsache wohl vornehmlich die nicht haltbare Ansicht entnommen, dass dem Kohlenstoffatom das doppelte Volumen zukomme, wie dem Wasserstoffatom: Vol. C = 11,0, Vol. H = 5,5.

Der Isosterismus der Isobutyl- und Phenylverbindungen ist ausser Zweifel gestellt durch die Paare:

- | | | | |
|------|-------------------------|---------------------------|-------------------|
| 1. { | Phenol | = $C_6H_5.OH$ | ; $v = 103,0$ K. |
| | Isobutylalkohol | = $C_4H_9.OH$ | ; $v = 102,3$ PP. |
| 2. { | Bittermandelöl | = $C_6H_5.CO.H$ | ; $v = 118,5$ K. |
| | Isoamylaldehyd | = $C_4H_9.CO.H$ | ; $v = 118,6$ K. |
| | | | $v = 118,7$ PP. |
| 3. { | Benzylalkohol | = $C_6H_5.CH_2.OH$ | ; $v = 122,8$ K. |
| | Isoamylalkohol | = $C_4H_9.CH_2.OH$ | ; $v = 123,6$ K. |
| | | | $v = 122,8$ P. |
| 4. { | Benzoësäure | = $C_6H_5.CO_2H$ | ; $v = 126,5$ K. |
| | Isovaleriansäure | = $C_4H_9.CO_2H$ | ; $v = 130,4$ K. |
| | | | $v = 130,6$ PP. |
| 5. { | Benzoësäures Methyl | = $C_6H_5.CO.OCH_3$ | ; $v = 152,0$ K. |
| | Isovalerians. Methyl | = $C_4H_9.CO.OCH_3$ | ; $v = 149,6$ K. |
| | | | $v = 149,8$ PP. |
| 6. { | Benzoësäures Aethyl | = $C_6H_5.CO_2.C_2H_5$ | ; $v = 175,1$ K. |
| | Isovaleriansaur. Aethyl | = $C_4H_9.CO_2.C_2H_5$ | ; $v = 174,7$ PP. |
| 7. { | Benzoësäures Isoamyl | = $C_6H_5.CO_2.C_5H_{11}$ | ; $v = 246,4$ K. |
| | Isovalerians. Isoamyl | = $C_4H_9.CO_2.C_5H_{11}$ | ; $v = 244,6$ K. |
| | | | $v = 245,7$ PP. |

8.	Xylol-Aethylbenzol	$\approx \text{C}_6\text{H}_5\cdot\text{C}_2\text{H}_5$; $v = 144,5 \text{ R.}$
	Propylisopropyl- Aethylisobutyl }	$= \text{C}_4\text{H}_9\cdot\text{C}_3\text{H}_7$; $v = 138,7 \text{ R.}$
9.	Cymol	$= \text{C}_6\text{H}_5\cdot\text{C}_3\text{H}_7$; $v = 184,3 \text{ K.}$
	Diisobutyl	$= \text{C}_4\text{H}_9\cdot\text{C}_4\text{H}_9$; $v = 184,8 \text{ K.}$
10.			; $v = 185,5 \text{ Th.}$
	Chlorbenzol	$= \text{C}_6\text{H}_5\text{Cl}$; $v = 114,9 \text{ Jungfleisch.}$
	Chlorisobutyl	$= \text{C}_4\text{H}_9\text{Cl}$; $v = 113,4 \text{ PP.}$
			; $v = 114,3 \text{ R.}$

Hier stimmen die Volumina der Paare 1, 2, 3, 6, 7, 9 und 10 so vollkommen überein, dass an einen Zufall dabei gar nicht zu denken ist. Wenn die Paare 4, 5 und 8 minder genau isoster erscheinen, so ist das wahrscheinlich auf Rechnung kleiner Beobachtungsfehler zu setzen, welche bei den hohen Siedepunkten der Phenylverbindungen schwer zu vermeiden sind.

Da sich die Volumina der Normalbutyl- und der Isobutylverbindungen, wie aller Isomeren dieser Art, sehr nahe liegen, so kann aus obigen Relationen auch gefolgert werden, dass die Phenyl- und Butylverbindungen vielleicht noch näher übereinstimmen, als die Phenyl- und Isobutylverbindungen. Darüber müssen künftige Beobachtungen entscheiden. Weil nun Isobutyl $= \text{C}_4\text{H}_9$ dreizehn Steren hat, so hat auch das Phenyl $= \text{C}_6\text{H}_5$ dreizehn Steren.

Dass die entsprechenden Phenyl- und Isobutyl- oder auch Butylverbindungen nicht nur gleiche Sterenzahl, sondern bei den respectiven Siedepunkten auch nahe gleiche Sterengrösse, d. h. gleiches Volumenmaass haben, ist eine sehr merkwürdige Thatsache.

Sie macht, wie ich schon l. c. in den Berichten der Münchener Academie hervorgehoben habe, wahrscheinlich, dass der Isosterismus dieser Paare auch bei anderen entsprechenden Temperaturen, bei welchen ihre Dämpfe gleiche Spannkraft haben, sich herausstellen werde.

Weil die aromatischen Verbindungen auf die Spannkraft ihrer Dämpfe bei verschiedenen Temperaturen noch nicht untersucht sind, so lässt sich dies vorerst thatsächlich nicht

feststel
viel Gr
gen in
Contra
so hab
Phenyl
Grade
spreche
Spann
nehmen
Volum
nahe g
So
theoret
weshal
dass d
untern
§
Wass
spielen
denen
füllung
F
beobac
hat da
{ Be
{ Iso
D
zehn
des B
Wasse
alle V
im Be
C₆⁸ an
D

feststellen. Da nun aber die Contractionen für gleich viel Grade vom Siedepunkt ab für die Phenylverbindungen im Durchschnitt nur etwa $\frac{4}{5}$ mal so gross sind, als die Contractionen der entsprechenden Isobutylverbindungen, so habe ich l. c. die Vorausbestimmung gewagt, dass die Phenylverbindungen durchschnittlich etwa um $\frac{6}{4}$ mal so viel Grade abgekühlt oder erwärmt werden müssen, als die entsprechenden Isobutyl- oder Butylverbindungen, wenn die Spannkraft der Dämpfe beider um gleich viel ab- oder zunehmen soll; denn nur unter dieser Bedingung können die Volumina der Paare bei der veränderten Spannkraft wieder nahe gleich sein.

Solche Vorausbestimmungen setzen die Richtigkeit einer theoretischen Auffassung auf die Probe; dies der Grund, weshalb ich sie gemacht habe. Es wäre sehr wünschenswerth, dass die betreffenden Beobachtungen von irgend einer Seite unternommen würden.

§ 58. Man ist allseitig darüber einig, dass die sechs Wasserstoffatome des Benzols alle die nämliche Rolle spielen. Es liegt daher kein Anlass vor, für die verschiedenen Wasserstoffatome des Benzols verschiedene Raumerfüllungen zu erwarten.

Für das Benzol selbst ist durchaus übereinstimmend beobachtet: 96,0. Es ist isoster mit Isobutylaldehyd und hat daher wie dieses 14 Steren. In der That ist:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{Benzol} & = \text{C}_6\text{H}_6 \quad ; \quad v = 96,1 \text{ Kopp} \quad = 14 \times 6,86. \\ & \quad \quad \quad v = 96,0 \text{ Adrieenz} \quad = 14 \times 6,86. \\ & \quad \quad \quad v = 96,0 \left\{ \begin{array}{l} \text{Pisati u.} \\ \text{Paternò} \end{array} \right\} = 14 \times 6,86. \\ \text{Isobutylaldehyd} & = \text{C}_4\text{H}_8\text{O}_1^2; \quad v = 96,3 \text{ PP.} \quad = 14 \times 6,88. \end{array} \right.$$

Da nun das Phenyl = C_6H_5 nach Paragraph 57 dreizehn Steren hat, so kommt dem einen Wasserstoffatom des Benzols = C_6H_6 = 14 Steren, wie gewöhnlich dem Atom Wasserstoff, eine Stere Raumerfüllung zu; und da sich alle Wasserstoffatome des Benzols gleich verhalten, so ist im Benzol H_6^6 , und folglich für die sechs Kohlenstoffatome C_6^8 anzunehmen.

Die Volumenconstitution des Benzols und der im § 57

erwähnten Derivate desselben ist daher in Uebereinstimmung mit allem Vorausgehenden gegeben durch die Formeln:

- | | | |
|--------------------|---|---|
| 1. Benzol | $= C_6^8 H_6^6$ | $; v = 96,0 = 14 \times 6,86.$ |
| 2. Phenol | $= C_6^8 H_5^5 O_1^1 H_1^1$ | $; v = 102,3 \text{ PP.} = 15 \times 6,83.$ |
| 3. Benzylalkohol | $= C_6^8 H_5^5 C_1^1 H_2^2 O_1^1 H_1^1$ | $; v = 122,8 \text{ K.} = 18 \times 6,82.$ |
| 4. Bittermandelöl | $= C_6^8 H_5^5 C_1^1 O_1^1 H_1^1$ | $; v = 118,5 \text{ K.} = 17 \times 6,98.$ |
| | | $v = 118,7 \text{ PP.} = 17 \times 6,98.$ |
| 5. Benzoëssäure | $= C_6^8 H_5^5 C_1^1 O_2^2 H_1^1$ | $; v = 126,5 \text{ K.} = 18 \times 7,03.$ |
| 6. Benzoës. Methyl | $= C_6^8 H_5^5 C_1^1 O_1^1 C_1^1 H_3^3$ | $; v = 152,0 \text{ K.} = 21 \times 7,24.$ |
| 7. „ Aethyl | $= C_6^8 H_5^5 C_1^1 O_1^1 C_2^2 H_5^5$ | $; v = 175,1 \text{ K.} = 24 \times 7,30.$ |
| 8. „ Isoamyl | $= C_6^8 H_5^5 C_1^1 O_1^1 C_5^5 H_{11}^{11}$ | $; v = 246,4 \text{ K.} = 33 \times 7,47.$ |
| 9. Cymol | $= C_6^8 H_5^5 C_4^4 H_9^9$ | $; v = 181,5 \text{ K.} = 26 \times 7,09.$ |

Das Wachsen der Stere mit dem Atomgewicht tritt bei 6, 7 und 8 wieder klar zu Tage. Die Grösse der Stere erscheint überall vollkommen normal.

§ 59. Es sind noch ein Paar dem Benzol homologe Kohlenwasserstoffe beobachtet, deren Volumenconstitution nun unmittelbar gegeben ist:

- | | | |
|------------------------|-----------------------------|--|
| 1. Benzol | $= C_6^8 H_6^6$ | $; v = 96,0 = 14 \times 6,86.$ |
| 2. Toluol-Methylbenzol | $= C_6^8 H_5^5 C_1^1 H_3^3$ | $; v = 120,5 \text{ R.} = 17 \times 7,09.$ |
| 3. Xylol-Aethylbenzol | $= C_6^8 H_5^5 C_2^2 H_5^5$ | $; v = 144,5 \text{ R.} = 20 \times 7,22.$ |

Das Wachsen des Volumenmaasses mit dem Atomgewicht liegt wieder klar vor Augen.

§ 60. Das Cuminol $= C_{10} H_{12} O$, von der Structurformel $= C_6 H_4 C_3 H_7 COH$, ist dem Bittermandelöl homolog, und muss daher die Volumenconstitution $= C_6^8 H_4^4 C_3^3 H_7^7 C_1^1 O_1^1 H_1^1 = C_{10}^{12} H_{12}^{12} O_1^2 = 26$ Steren haben. Kopp's Beobachtung stimmt damit genügend überein:

$$\text{Cuminol} = C_{10}^{12} H_{12}^{12} O_1^2; v = 189,4 \text{ K.} = 26 \times 7,28.$$

§ 61. Das Benzol $= C_6^8 H_6^6$; $v = 96,0 = 13 \times 6,86$ und das Phenol $= C_6^8 H_6^6 O_1^1$; $v = 103,0 \text{ K.} = 15 \times 6,87$ haben beim Siedepunkt gleiches Volumenmaass, dem Benzol ist daher die niedrige Alkoholstere angehörig.

Bei nahe gleichem Abstände vom Siedepunkte ist es bei 20° auch mit Isopropylalkohol von gleichem Volumenmaass, wodurch die gleiche Thatsache bestätigt wird. Man hat:

- | | | |
|-----------------|-----------------------|---|
| a. { Benzol | $= C_6^8 H_6^6$ | $; S = 80,1^\circ \text{ Br. } v_{20} = 88,6 \text{ Br.} = 14 \times 6,33.$ |
| { Isopropylalk. | $= C_3^3 H_8^8 O_1^1$ | $; S = 82-83^\circ \text{ „ } v_{20} = 76,1 \text{ Br.} = 12 \times 6,34.$ |

Noch andere Uebereinstimmungen des Volumenmaasses bei 20° und nahe gleichen Siedepunkten entsprechender Paare bestätigen ebenso die abgeleitete Volumenconstitution der Phenylverbindungen.

Das benzoësaure Aethyl = $C_9^{11}H_{10}^{10}O_2^3$ und die Oenanthsäure = $C_7^7H_{14}^{14}O_2^3$ haben die gleiche Sterenzahl 24. Sie sind bei genügend nahe liegenden Siedepunkten in der That bei 20° nahe isoster. Man hat:

- b. { Benzoësa. Aeth. = $C_9^{11}H_{10}^{10}O_2^3$; $S = 212^\circ L.$ $v_{20} = 143,2 L. = 24 \times 5,97.$
 { Oenanthsäure = $C_7^7H_{14}^{14}O_2^3$; $S = 219^\circ L.$ $v_{20} = 141,9 L. = 24 \times 5,91.$

Das Toluol hat mit buttersaurem Aethyl und iso-valeriansaurem Methyl sich nahe liegende Siedepunkte und bei 20° nahe gleiches Volumenmaass:

- c. { Buttersaur. } = $C_8^8H_{12}^{12}O_2^3$; $S = 113,8^\circ L.$ $v_{20} = 130,5 L. = 21 \times 6,21.$
 { Aethyl }
 { Isovalerian- } = $S = 116,7^\circ L.$ $v_{20} = 131,8 L. = 21 \times 6,28.$
 { saur. Methyl }
 { Toluol } = $C_7^9H_8^6$; $S = 110,8^\circ Br.$ $v_{20} = 106,3 Br. = 17 \times 6,25.$

Das Mesitylen wird betrachtet als symmetrisches Trimethylbenzol, wonach seine Volumenconstitution gegeben ist durch $C_6^8H_3^3(CH_3)_3^{12} = 23$ Steren. Es hat in der That bei 20° mit Buttersäure von nahe gleichem Siedepunkt auch gleiches Volumenmaass. Man hat:

- d. { Mesitylen } = $C_6^{11}H_{12}^{12}$; $S = 163,7^\circ Br.$ $v_{20} = 140,2 Br. = 23 \times 6,10.$
 { Buttersäure } = $C_4^4H_8^8O_2^3$; $S = 162,3^\circ L.$ $v_{20} = 91,7 L. = 15 \times 6,11.$

Alle hier angeführten Beziehungen enthalten ebenso viele Bestätigungen der bei den Siedepunkten abgeleiteten Formeln für die Volumenconstitution der betreffenden aromatischen Verbindungen.

§ 62. Die Zimmtsäure wird betrachtet als Phenylacrylsäure = $C_6H_5.CH = CH.CO_2H$. Ihre Kohlenstoffatome müssen daher wegen des Phenyls zwei, und wegen der ferneren Doppelbindung $CH = CH$, welcher $C_2^3H_2^2$ entspricht, noch eine, also im ganzen drei Steren mehr enthalten, als ihre Anzahl beträgt. Hr. Kopp hat das Volumen des zimmtsäuren Aethyls beim Siedepunkt bestimmt, und diese Beobachtung bestätigt vollkommen die abgeleitete Volumenconstitution. Es ist:

Zimmtsäures Aethyl = $C_{11}^{14}H_{12}^{12}O_2^8$; $v = 212,9$ K. = $29 \times 7,34$.

Die Stere entspricht sehr gut dem Volumenmaass der Ester von so hohem Atomgewicht.

§ 63. Dem sauren salicylsauren Methyl $C_6^8H_4^4 \left\langle \begin{smallmatrix} C_1^1O_2^2C_1^1H_3^3 \\ O_1^1H_1^1 \end{smallmatrix} \right. = C_8^{10}H_8^8O_3^4$ müssen 22 Steren zukommen. Die Beobachtung bestätigt dies; denn es ist:

Saures salicylsaures Methyl = $C_8^{10}H_8^8O_3^4$; $v = 157,0$ K. = $22 \times 7,14$.

§ 64. Es sind dies alle auf ihre Ausdehnung durch die Wärme untersuchten Phenylverbindungen. Von allen beobachteten Thatsachen steht hiernach keine mit dem Sterengesetz und mit der abgeleiteten Volumenconstitution der Phenylverbindungen im Widerspruch; alle dienen denselben zur Bestätigung. Zu den in den Paragraphen 32 und 55 gegebenen Volumengesetzen tritt daher noch das fernere hinzu:

In den aromatischen Verbindungen, im Benzolkern, erfüllen sechs Kohlenstoffatome den Raum von acht Steren; sie enthalten $C_6^8 = 2 \times C_3^4$.

In den ungesättigten Verbindungen der Fettreihe wird die Raumerfüllung des durch mehrfache Bindung der Kohlenstoffatome entbehrlich gewordenen Wasserstoffes nur zur Hälfte durch Expansion der Kohlenstoffatome selbst ersetzt.

In den aromatischen Verbindungen aber wird die Raumerfüllung von acht durch Mehrbindungen der Kohlenstoffatome entbehrlich gewordenen Wasserstoffatomen nur zum vierten Theil durch Expansion der Kohlenstoffatome selbst ersetzt.

Das gesättigte Hexan = $C_6^8H_{14}^{14}$ hat 20 Steren. Im Benzol = $C_6^8H_6^6$ werden die acht Steren von H_8 des Hexans nur durch zwei Steren, also nur zum vierten Theile durch Vergrösserung des Volumens der Kohlenstoffatome selbst wieder ausgeglichen.

VII. Die Propargylverbindungen.

§ 65. Ganz die gleiche Thatsache ergibt sich nun auch für die Propargylverbindungen, und ich ziehe sie deshalb erst nach der aromatischen Gruppe in Betracht. Zu einem ähnlichen Resultate ist auch durch ganz andere

Bezi
sow
stoff
Seit

verb
Vol
Tha

mit
tere
eine
wie
dass
sac
lens

20°
und

1. { E
P
A
2. { P
A
3. { P
ä
A
ä

A et
Sie
gros
Prop
jenig

u. Pr
obw
wert
An

Beziehungen schon Brühl gelangt, indem er bemerkt, dass sowohl Dichte als Brechungsvermögen den Propargylwasserstoff oder das Allylen den aromatischen Verbindungen an die Seite stellen.

Auf ihre Ausdehnung durch die Wärme sind Propargylverbindungen bisher nicht untersucht; aber die Brühl'schen Volumenbestimmungen bei 20° reichen wohl hin, die erwähnte Thatsache festzustellen.

§ 66. Der Isosterismus bei 20° des Propargylalkohols mit Aethylalkohol und mit Essigsäure, mit welcher letzterer er überdies nahe gleichen Siedepunkt hat, lässt kaum einen Zweifel darüber, dass dem Propargylalkohol $\text{C}_3\text{H}_3\text{OH}$ wie dem Alkohol und der Essigsäure neun Steren zukommen, und dass die Verbindung C_3H_3 darin als C_3^4H_3^3 enthalten ist. Thatsache ist daher, dass den zwei Mehrbindungen der drei Kohlenstoffatome nur eine Stere Raumerfüllung mehr entspricht.

Ebenso sind Propargylacetat und Aethylacetat bei 20° völlig isoster, und minder genau Propargyläthyläther und Aethyläthyläther. In der That hat man:

- | | | | | | |
|----|---|--------------------------|---|------------------|--|
| 1. | { | Essigsäure | $= \text{C}_2^2\text{H}_4^4\text{O}_2^3$ | ; S = 117,9° L. | $v_{20} = 57,2 \text{ L.} = 9 \times 6,36.$ |
| | | Propargylalk. | $= \text{C}_3^4\text{H}_3^4\text{O}_1^1$ | ; S = 114,8° Br. | $v_{20} = 57,6 \text{ Br.} = 9 \times 6,40.$ |
| | | Aethylalkoh. | $= \text{C}_2^2\text{H}_6^6\text{O}_1^1$ | ; S = 78,5° L. | $v_{20} = 57,5 \text{ L.} = 9 \times 6,39.$ |
| 2. | { | Propargylacet. | $= \text{C}_5^6\text{H}_6^6\text{O}_3^3$ | ; S = 122,0° Br. | $v_{20} = 97,5 \text{ Br.} = 15 \times 6,50.$ |
| | | Aethylacetat | $= \text{C}_4^4\text{H}_8^8\text{O}_2^3$ | ; S = 76,7° L. | $v_{20} = 97,7 \text{ L.} = 15 \times 6,51.$ |
| 3. | { | Propargyl-
äthyläther | $\} = \text{C}_5^6\text{H}_8^8\text{O}_1^1$ | ; S = 83,0° Br. | $v_{20} = 100,9 \text{ Br.} = 15 \times 6,73.$ |
| | | Aethyl-
äthyläther | $\} = \text{C}_4^4\text{H}_{10}^{10}\text{O}_1^1$ | ; S = 35,4° L. | $v_{20} = 103,4 \text{ L.} = 15 \times 6,89.$ |

Hier verhalten sich die entsprechenden Propargyl- und Aethylverbindungen wie die Säuren und Alkohole (§ 27). Sie sind, wenn der Abstand vom Siedepunkt hinreichend gross ist, bei 20° isoster, obwohl die Siedepunkte der Propargylverbindungen um 36 bis 47° höher liegen als diejenigen der entsprechenden Aethylverbindungen.

Auch der bei 20° stattfindende Isosterismus von:

- Valerylen $= \text{C}_5^7\text{H}_8^8$; S = 45° $v_{20} = 100,2 \text{ Br.} = 15 \times 6,68.$
 u. Propargyläthyläth. $= \text{C}_5^6\text{H}_8^8\text{O}_1^1$; S = 83° $v_{20} = 100,9 \text{ Br.} = 15 \times 6,73,$
 obwohl ihre Siedepunkte um 38° differiren, ist bemerkenswerth und eine Bestätigung der gleichen Thatsache.

§ 67. Es dient noch eine andere Beziehung als Unterstützung dafür, dass diese Auffassung der Volumenconstitution des einwerthigen Propargyls als $C_3^4H_3^3$ wohl die richtige ist. Das Dipropargyl wird hiernach $= C_6^6H_6^6$, das ist aber genau die Volumenconstitution des Benzols, dem es isomer ist. Es stimmt dies überein mit der sonst so vielfach festgestellten Thatsache, dass Isomerien von gleichen Sättigungsverhältnissen sich nur im Volumenmaass, nicht in der Sterenzahl unterscheiden und deshalb nahe isoster sind.

VIII. Das Naphtalin.

§ 68. Das Naphtalin $= C_{10}H_8$ ist nach Kopp's Beobachtung beim Siedepunkt vollkommen isoster mit den Estern $C_6^6H_{12}^{12}O_2^3$ und hat demnach 21 Steren. So ist z. B.:

$$\begin{cases} \text{Naphtalin} & = C_{10}^{10}H_8^8 & ; v = 149,0 \text{ K.} = 21 \times 7,10. \\ \text{Essigsaures Isobutyl} & = C_6^6H_{12}^{12}O_2^3 & ; v = 149,1 \text{ PP.} = 21 \times 7,11. \end{cases}$$

Die 10 Atome Kohlenstoff des Naphtalins haben also 13 Steren Raumerfüllung.

So lange nicht anderweite vergleichbare Beobachtungen von Naphtalinderivaten vorliegen, muss ich auf weitere Schlussfolgerungen aus der obigen Thatsache verzichten.

IX. Das Schema der Benzolstructur.

§ 69. Mit dem Kekulé'schen Sechseckschema für die Structurformel des Benzols, wonach drei doppelte mit drei einfachen Bindungen der sechs Kohlenstoffatome, in ringförmiger, geschlossener Kette abwechseln sollen, ist die nach dem Mitgetheilten ausser Zweifel stehende Volumenconstitution des Benzols $= C_6^6H_6^6$ absolut unvereinbar.

Sie ist dagegen sehr wohl verträglich mit dem hauptsächlich von Ladenburg empfohlenen, durch ein dreiseitiges Prisma dargestellten Structurschema, nach welchem jedes der sechs Kohlenstoffatome mit drei anderen benachbarten einfach verkettet ist; ein Structurschema, welches auch durch die Art der Charakterisirung der möglichen Isomerien der Benzolderivate vor dem Sechseckschema entschiedene Vorzüge hat. Je drei in einer Basis des Prismas untereinander ringförmig verkettete Kohlenstoffatome würden hier-

nach den Raum von vier Steren erfüllen; die sechs Kohlenstoffatome zusammen also acht Steren.

Es führen in dieser Beziehung die Folgerungen aus der Volumenconstitution zu dem nämlichen Resultate, wie die von Thomsen aus der bei der Verbrennung frei werdenden Wärme auf die mögliche Structurformel des Benzols gezogenen Folgerungen.

Wenn Brühl aus der Molecularrefraction den Schluss zieht, dass nur das Sechseckschema entspreche, weil für jede Doppelbindung zweier Kohlenstoffatome in ungesättigten Substanzen der Fettreihe die Molecularrefraction um zwei Einheiten grösser wird, als sich aus den von Landolt und ihm aus Differenzen abgeleiteten Einflüssen der Elementaratome berechnet, und weil die Molecularrefraction des Benzols, drei solchen nach dem Sechseckschema vorliegenden Doppelbindungen entsprechend, um $3 \times 2 = 6$ Einheiten grösser ist, als jene Berechnung ergibt, so muss ich schon hier wenigstens vorläufig bemerken, den ausführlichen Nachweis vorbehaltend, dass diese Schlussweise an sich selbst ungerechtfertigt ist, weil dabei auf eine weitere, nach dem Sechseckschema die Kette ringförmig schliessende Bindung der Kohlenstoffatome und deren Einfluss auf die Molecularrefraction keine Rücksicht genommen ist.

Es wird sich aber noch ausserdem aus der Molecularrefraction selbst ergeben, wofür ich den Nachweis in einer der K. Akademie der Wissenschaften zu München vorgelegten Abhandlung geliefert habe, dass die Molecularrefraction des Benzols ebenso wenig wie das Molecularvolumen mit dem Sechseckschema, wohl aber mit dem dreiseitigen Prismenschema vereinbar ist.

Das Studium der Molecularrefraction, wie ich dort nachweise, führt in der That zu dem nämlichen Resultate, wie das Studium der Verbrennungswärme.

Meine Untersuchungen über die Volumenconstitution von Verbindungen, welche ausser Kohlenstoff, Wasserstoff und Sauerstoff noch andere Elemente enthalten, muss ich für fernere Mittheilungen zurückhalten.

Karlsruhe, den 24. September 1881.

IX. Ueber die theoretische Bestimmung des Dampfdruckes und der Volumina des Dampfes und der Flüssigkeit; von R. Clausius.

Zweiter Aufsatz.¹⁾

§ 1. In dem ersten auf den oben bezeichneten Gegenstand bezüglichen Aufsätze habe ich zur Bestimmung des Druckes eines Gases als Function von Temperatur und Volumen folgende Gleichung gebildet, welche eine Verallgemeinerung der früher von mir für Kohlensäure angewandten Gleichung ist:

$$(1) \quad \frac{p}{RT} = \frac{1}{v - \alpha} - \frac{27(\alpha + \beta)}{8\vartheta(v + \beta)^2}.$$

Hierin bedeutet p den Druck, v das Volumen und T die absolute Temperatur, nämlich die Summe $273 + t$, wenn t die vom gewöhnlichen Nullpunkte an gezählte Temperatur dargestellt. Ferner ist R die in dem gewöhnlichen Ausdrucke des Mariotte'schen und Gay-Lussac'schen Gesetzes schon vorkommende Constante, und α und β stellen zwei andere Constante dar, deren Summe weiterhin mit γ bezeichnet ist. ϑ bedeutet eine Temperaturfunction, welche für $T = 0$ den Werth 0 und für die kritische Temperatur den Werth 1 hat, im übrigen aber vorläufig unbestimmt zu lassen ist.

Es versteht sich von selbst, dass wir dieser Gleichung auch eine einfachere Form geben können, wenn wir die Temperaturfunction mit den in dem Gliede vorkommenden constanten Factoren in Ein Zeichen vereinigen. Setzen wir nämlich:

$$(2) \quad \Theta = \frac{8\vartheta}{27(\alpha + \beta)} = \frac{8\vartheta}{27\gamma},$$

so geht die Gleichung über in:

$$(3) \quad \frac{p}{RT} = \frac{1}{v - \alpha} - \frac{1}{\Theta(v + \beta)^2}.$$

Die Beziehung zwischen der in dieser Gleichung vorkommenden Temperaturfunction Θ und der oben angewandten

1) Siehe den ersten Aufsatz in diesem Bande p. 279.

Temperaturfunction ϑ wird besonders klar, wenn man beachtet, dass derjenige Werth, welchen Θ für die kritische Temperatur annimmt, und welcher mit Θ_c bezeichnet werden möge, dadurch zu bestimmen ist, dass man in der Gleichung (2) für ϑ den Werth 1 setzt. Daraus ergibt sich nämlich:

$$(4) \quad \Theta_c = \frac{8}{27\gamma},$$

und infolge dessen kann man schreiben:

$$(5) \quad \vartheta = \frac{\Theta}{\Theta_c}.$$

Bei der Anwendung der Gleichung (1) auf den gesättigten Dampf wurde der Druck des gesättigten Dampfes mit P und der Bruch P/RT mit Π bezeichnet. Die Volumina des gesättigten Dampfes und der unter demselben Drucke stehenden Flüssigkeit wurden nach der sonst üblichen Weise mit s und σ bezeichnet, aber für die Differenzen $s - \alpha$ und $\sigma - \alpha$ noch die vereinfachten Zeichen W und w eingeführt. Um die Grössen Π , W , w in ihrer Abhängigkeit von ϑ zu bestimmen, wurden zunächst alle vier Grössen als Functionen der Grösse $\lambda = \log(W/w)$ ausgedrückt, und dann wurde zur Erleichterung der weiteren Rechnungen eine Tabelle hinzugefügt, aus welcher man für jeden Werth von ϑ den entsprechenden Werth von λ entnehmen kann. Ich sagte dabei, dass es nach der Berechnung der Tabelle für λ keine Schwierigkeit weiter habe, auch für Π , W und w eine ähnliche Tabelle zu berechnen, und diese erlaube ich mir nachstehend (auf p. 694) mitzutheilen.

Vorher ist jedoch noch eine Bemerkung zu machen. Die Werthe, welche die Grössen Π , W und w bei der kritischen Temperatur, bei der $\lambda = 0$ ist, annehmen, und welche mit Π_c , W_c und w_c bezeichnet werden mögen, ergeben sich aus den oben erwähnten in § 3 meines vorigen Aufsatzes enthaltenen Ausdrücken, wenn man noch die in § 4 enthaltenen Reihen berücksichtigt, folgendermassen:

$$(6) \quad \Pi_c = \frac{1}{8\gamma}; \quad W_c = 2\gamma; \quad w_c = 2\gamma.$$

$\vartheta = \frac{\Theta}{\Theta_c}$	$\frac{H}{H_c}$	Δ	$\frac{W}{W_c}$	Δ	$\frac{w}{w_c}$	Δ
0,20	0,0000059	67	672780		0,033767	1947
0,21	0,0000126	123	317340	355440	0,035714	1978
0,22	0,0000249	213	160680	156660	0,037692	2008
0,23	0,0000462	352	86505	74175	0,039700	2040
0,24	0,0000814	553	49140	37365	0,041740	2072
0,25	0,0001367	834	29263	19877	0,043812	2106
0,26	0,0002201	1215	18166	11097	0,045918	2141
0,27	0,0003416	1715	11702	6464	0,048059	2176
0,28	0,0005131	2352	7789,7	3912,3	0,050235	2213
0,29	0,0007483	3144	5339,9	2449,8	0,052448	2253
0,30	0,0010627	4111	3758,3	1581,6	0,054701	2290
0,31	0,0014738	5264	2708,6	1049,7	0,056991	2330
0,32	0,0020002	6619	1994,6	714,0	0,059321	2374
0,33	0,0026621	8187	1497,4	497,2	0,061695	2418
0,34	0,0034808	9972	1144,2	353,2	0,064113	2462
0,35	0,0044780	11983	888,41	255,79	0,066575	2508
0,36	0,0056763	14224	699,97	188,44	0,069083	2555
0,37	0,0070987	16693	558,90	141,07	0,071638	2607
0,38	0,0087680	19380	451,78	107,17	0,074245	2658
0,39	0,010706	2230	369,24	82,49	0,076903	2709
0,40	0,012936	2543	304,94	64,30	0,079612	2767
0,41	0,015479	2877	254,25	50,69	0,082379	2822
0,42	0,018356	3233	213,84	40,41	0,085201	2883
0,43	0,021589	3604	181,30	32,54	0,088084	2944
0,44	0,025193	3994	154,87	26,43	0,091025	3009
0,45	0,029187	4402	133,22	21,65	0,094037	3075
0,46	0,033589	4824	115,34	17,88	0,097112	3148
0,47	0,038413	5267	100,45	14,89	0,10026	321
0,48	0,043680	5718	87,953	12,497	0,10347	329
0,49	0,049398	6179	77,421	10,532	0,10676	337
0,50	0,055577	6655	68,476	8,945	0,11013	345
0,51	0,062232	7140	60,836	7,640	0,11358	354
0,52	0,069372	7632	54,275	6,561	0,11712	362
0,53	0,077004	8135	48,612	5,663	0,12074	371
0,54	0,085139	8644	43,698	4,914	0,12445	381
0,55	0,093783	9157	39,414	4,284	0,12826	391
0,56	0,10294	967	35,664	3,750	0,13217	402
0,57	0,11261	1020	32,369	3,295	0,13619	412
0,58	0,12281	1072	29,460	2,909	0,14031	425
0,59	0,13353	1125	26,884	2,576	0,14456	437
0,60	0,14478	1179	24,595	2,289	0,14893	447
0,61	0,15657	1230	22,549	2,046	0,15340	463
0,62	0,16887	1284	20,720	1,829	0,15803	476
0,63	0,18171	1337	19,078	1,642	0,16279	491
0,64	0,19508	1391	17,700	1,478	0,16770	507
0,65	0,20899	1444	16,265	1,335	0,17277	524
0,66	0,22343	1494	15,056	1,209	0,17801	540
0,67	0,23837	1548	13,958	1,098	0,18341	560
0,68	0,25385	1600	12,960	998	0,18901	578
0,69	0,26985	1652	12,049	911	0,19479	600
0,70	0,28637	1703	11,217	832	0,20079	623
0,71	0,30340		10,454	763	0,20702	

$\vartheta = \frac{\Theta}{\Theta_c}$	$\frac{\Pi}{\Pi_c}$	Δ	$\frac{W}{W_c}$	Δ	$\frac{w}{w_c}$	Δ
0,71	0,30340	1754	10,454	7007	0,20702	645
0,72	0,32094	1806	9,7533	6447	0,21347	672
0,73	0,33900	1855	9,1086	5946	0,22019	698
0,74	0,35755	1906	8,5140	5494	0,22717	728
0,75	0,37661	1956	7,9646	5085	0,23445	759
0,76	0,39617	2004	7,4561	4717	0,24204	793
0,77	0,41621	2051	6,9844	4377	0,24997	830
0,78	0,43672	2100	6,5467	4078	0,25827	870
0,79	0,45772	2147	6,1389	3801	0,26697	915
0,80	0,47919	2196	5,7588	3554	0,27612	961
0,81	0,50115	2242	5,4034	3323	0,28573	1014
0,82	0,52357	2285	5,0711	3115	0,29587	1072
0,83	0,54642	2333	4,7596	2927	0,30659	1138
0,84	0,56975	2377	4,4669	2755	0,31797	1207
0,85	0,59352	2422	4,1914	2597	0,33004	1289
0,86	0,61774	2463	3,9317	2452	0,34293	1382
0,87	0,64237	2508	3,6865	2324	0,35675	1485
0,88	0,66745	2552	3,4541	2208	0,37160	1604
0,89	0,69297	2592	3,2333	2102	0,38764	1744
0,90	0,71889	2634	3,0231	2005	0,40508	1914
0,91	0,74523	2677	2,8226	1926	0,42422	2106
0,92	0,77200	2713	2,6300	1850	0,44528	2360
0,93	0,79913	2755	2,4450	1793	0,46888	2664
0,94	0,82668	2793	2,2657	1751	0,49552	3066
0,95	0,85461	2833	2,0906	1730	0,52618	3607
0,96	0,88294	2870	1,9176	1740	0,56225	4394
0,97	0,91164	2909	1,7436	1801	0,60619	5684
0,98	0,94073	2945	1,5635	2008	0,66303	8239
0,99	0,97018	2982	1,3627	3627	0,74542	25458
1	1		1		1	

Diese drei Werthe kann man daher, ebenso wie den Werth Θ_c , als direct durch die Constante γ bestimmt betrachten, und demgemäss folgende Brüche bilden:

$$\frac{\Pi}{\Pi_c}, \frac{W}{W_c} \text{ und } \frac{w}{w_c}.$$

Diese Brüche sind es, deren Werthe in der Tabelle (p. 694) neben den dazu gehörigen, stufenweise steigenden Werthen des mit ϑ bezeichneten Bruches Θ/Θ_c angeführt sind.

§ 2. In der vorstehenden Tabelle ist eine für alle Stoffe gleichmässig geltende Beziehung der Grössen Π , W und w zu einer noch unbestimmt gelassenen Temperaturfunction Θ dargestellt. Wie sich nun die Beziehung zwischen jenen Grössen und der Temperatur selbst gestaltet, ob und in

welchem Grade auch sie für verschiedene Stoffe übereinstimmt¹⁾, das hängt von dem Verhalten jener Temperaturfunction ab. Ich ging in meiner Untersuchung ursprünglich von der Voraussetzung aus, dass man die Temperaturfunction durch einen Ausdruck darstellen könne, welcher nur Eine von der Natur des Stoffes abhängige Constante enthalte, fand aber bei näherer Betrachtung, dass man in so einfacher Weise doch nicht zu einer genügenden Uebereinstimmung mit der Erfahrung gelangen kann. Nach vielfachen Vergleichen ergab sich mir als geeignetste Form einer Gleichung zur Bestimmung des von uns mit θ bezeichneten Bruches θ/θ_c die folgende:

$$(7) \quad \frac{\theta_c}{\theta} = \frac{a}{T^n} - b,$$

worin a , b und n Constante sind, die für verschiedene Stoffe verschiedene Werthe haben.

Es handelt sich nun darum, diese Constanten für einzelne Stoffe zu bestimmen.

Was zunächst die Kohlensäure anbetrifft, so habe ich in der für sie speciell aufgestellten Formel²⁾ der Temperaturfunction θ eine sehr einfache Form gegeben, nämlich die, welche man aus der Gleichung (7) erhält, wenn man in ihr $b = 0$ und $n = 2$ setzt, wodurch sie übergeht in:

$$\frac{\theta_c}{\theta} = \frac{a}{T^2},$$

1) Zwei ältere über diese Beziehung aufgestellte Sätze habe ich schon vor langer Zeit besprochen (Pogg. Ann. 82. p. 273. 1851, und Abhandlungensammlung 1. p. 119. 1864). Nennt man nämlich die Temperaturen, welche bei verschiedenen Flüssigkeiten zu gleichen Dampfspannungen gehören, entsprechende Temperaturen, so sind nach Dalton die Differenzen zwischen entsprechenden Temperaturen gleich. Groshans dagegen hat eine Gleichung aufgestellt, (Pogg. Ann. 78. p. 112. 1849), welche unter der Voraussetzung, dass die Temperaturen von -273°C. an gezählt werden, aussagt, dass für irgend zwei Flüssigkeiten alle entsprechenden Temperaturen proportional seien. Von diesen beiden Sätzen weicht der zweite zwar nicht so weit von der Erfahrung ab, wie der erste, aber doch immer noch zu weit, um ihm die Bedeutung eines wirklichen physikalischen Gesetzes zugestehen zu können.

2) Clausius, Wied. Ann. 9. p. 337. 1880,

wofür man auch schreiben kann:

$$\Theta = T^2 \text{ Const.}$$

Indessen habe ich schon bei der Veröffentlichung jener Formel hinzugefügt, dass ich versucht hätte, gewisse zwischen ihr und den Beobachtungen von Andrews noch bestehende Differenzen durch Anwendung einer complicirteren Temperaturfunction auszugleichen, dass ich davon aber wegen der Unsicherheit der betreffenden Beobachtungsergebnisse wieder Abstand genommen hätte.

Dasselbe, was ich damals von den vorhandenen Beobachtungsergebnissen sagte, gilt auch jetzt noch. Insbesondere ist zu bemerken, dass die Andrews'schen Beobachtungen sich nur auf Temperaturen über 0° beziehen, während die Formel auch unter 0° bis zu dem bei -57° liegenden Gefrierpunkte der Kohlensäure gültig bleiben muss, und daher zur Bestimmung ihrer Constanten auch Beobachtungswerte von ähnlichem Temperaturumfange erfordert. Nun besitzen wir zwar eine von Regnault veröffentlichte Spannungsreihe des gesättigten Kohlensäuredampfes¹⁾, welche sich, wenn auch nicht bis -57° , so doch bis -25° erstreckt, aber bei den Versuchen, mittelst deren Regnault diese Zahlen gefunden hat, scheinen erhebliche Fehlerquellen obgewaltet zu haben. Die von Regnault für Temperaturen über 0° angeführten Spannungen weichen von den von Andrews beobachteten²⁾ beträchtlich ab, und ganz besonders auffällig ist es, dass Regnault bis zu Temperaturen über 42° die Spannungen des gesättigten Kohlensäuredampfes beobachtet haben will, während es jetzt nach den Versuchen von Andrews feststeht, dass es schon von 31° an gar keinen gesättigten Kohlensäuredampf mehr gibt, weil keine Condensation mehr stattfindet.

Unter diesen Umständen halte ich es für gerathen, für Kohlensäure vorläufig die oben erwähnte, von mir aufgestellte Formel als eine angenähert richtige beizubehalten, und die genauere Bestimmung der Constanten erst dann

1) Regnault, Relation des expér. etc. 2. p. 625. 1862.

2) Andrews, Proc. of the Roy. Soc. 23. p. 516. 1875.

vorzunehmen, wenn auch für Temperaturen unter 0° bis zum Gefrierpunkte der Kohlensäure zuverlässige Beobachtungsdata vorliegen.

§ 3. Ein Stoff, welcher zur Vergleichung der theoretisch bestimmten Dampfspannungen mit den beobachteten besonders geeignet ist, ist der Aether. Für diesen besitzen wir die von Regnault bestimmte Spannungsreihe¹⁾, welche von -20° bis 120° reicht, und deren Zuverlässigkeit wohl nicht bezweifelt werden darf, und eine Spannungsreihe von Sajotschewsky²⁾, welche von 100° bis zu der kritischen Temperatur 190° reicht.

Von diesen beobachteten Spannungen habe ich drei zur Bestimmung der in (7) vorkommenden Constanten angewandt und folgende Zahlen gefunden:

$$a = 2665; \quad b = 0,76786; \quad n = 1,19233.$$

Unter Anwendung dieser Zahlen kann man aus (7) für jeden Werth von T den entsprechenden Werth von θ/θ_c berechnen und dann den dazugehörigen Werth des Bruches Π/Π_c aus der Tabelle entnehmen. Aus diesem Bruche, welcher sich auch so schreiben lässt PT_c/P_cT , ergibt sich, da P_c und T_c bekannt sind, sofort der Werth von P . Auf diese Weise habe ich für eine in Absätzen von je 20° fortschreitende Reihe von Temperaturen die Spannungen berechnet und nachfolgend unter der Bezeichnung $P_{\text{ber.}}$ zusammengestellt. Zur Vergleichung habe ich unter $P_{\text{beob.}}$ die beobachteten Werthe hinzugefügt, und zwar unter 100° die von Regnault beobachteten, über 120° die von Sajotschewsky beobachteten und für 100° und 120° die aus den Angaben beider Beobachter genommenen Mittelwerthe.

t	-20°	0°	20°	40°	60°	80°
$P_{\text{ber.}}$	0,0881	0,2427	0,572	1,195	2,265	3,978
$P_{\text{beob.}}$	0,0907	0,2426	0,569	1,193	2,270	3,977
Δ	-0,0026	+0,0001	+0,003	+0,002	-0,005	+0,001

1) Regnault, Relation des expér. 2. p. 393.

2) Sajotschewsky, Beibl. 3. p. 741. 1879.

t	100°	120°	140°	160°	180°	190°
$P_{\text{ber.}}$	6,557	10,27	15,41	22,33	31,41	36,90
$P_{\text{beob.}}$	6,549	10,28	15,42	22,34	31,90	36,90
d	+0,008	-0,01	-0,01	-0,01	-0,49	0

Man sieht, dass die Uebereinstimmung zwischen den berechneten und beobachteten Spannungen meistens eine fast vollkommene ist. Nur bei 180° kommt eine Differenz von unzulässiger Grösse vor, welche im Vergleiche mit den übrigen Differenzen sehr auffällig ist. Diese ist aber unzweifelhaft vorzugsweise durch eine Ungenauigkeit des Beobachtungswerthes verursacht, was am deutlichsten daraus hervorgeht, dass Sajotschewky selbst mittelst einer aus den übrigen Beobachtungswerthen abgeleiteten empirischen Formel die Spannung bei 180° zu 31,56 statt 31,90 bestimmt hat, wodurch sich die Differenz mit dem aus unserer Tabelle abgeleiteten Werthe von 0,49 auf 0,15 reducirt.

Ebenso wie die Werthe von H/H_c ergeben sich aus unserer Tabelle auch die Werthe von W/W_c und w/w_c .

Um aus diesen Brüchen die Werthe von W und w abzuleiten, muss man W_c und w_c und somit, gemäss (6), die Constante γ kennen, zu deren Bestimmung wiederum die Constante R erforderlich ist. Die letztere erhält man auf folgende Weise. Die Grösse R ist ihrer Bedeutung nach dem specifischen Gewichte, welches die Stoffe im vollkommenen Gaszustande haben, umgekehrt proportional. Nun ist für atmosphärische Luft der Werth von R bekannt¹⁾, nämlich 29,27, und daraus folgt für Aether, wenn d das auf atm. Luft bezogene specifische Gewicht des Aetherdampfes im Zustande eines vollkommenen Gases bedeutet:

$$(8) \quad R = \frac{29,27}{d}.$$

Es fragt sich nun, welches specifische Gewicht man dem Aetherdampfe im vollkommenen Gaszustande zuzuschreiben hat. Als solches kann man, wie ich glaube, dasjenige an-

1) S. Clausius Mechanische Wärmetheorie I. S. 55

nehmen, welches man erhält, wenn man nach der für Aether geltenden chemischen Formel $C_4H_{10}O$ voraussetzt, dass 1 Vol. Sauerstoff und 10 Vol. Wasserstoff mit der entsprechenden Menge Kohlenstoff 2 Vol. Aetherdampf geben, nämlich das specifische Gewicht 2,5604. Unter Anwendung dieser Zahl für d ergibt sich aus der vorigen Gleichung:

$$R = 11,4318.$$

Dieser Werth bezieht sich auf ein Kilogramm des betrachteten Stoffes, also im vorliegenden Falle des Aethers, und es gilt in ihm als Volumeneinheit ein Cubikmeter und als Druckeinheit der Druck, welchen ein über die Fläche von einem Quadratmeter verbreitetes Gewicht von einem Kilogramm ausübt. Diese Einheiten wollen wir auch bei der Bestimmung der anderen Constanten und der Grössen s und σ beibehalten.

Um γ zu bestimmen, können wir, gemäss (6), setzen:

$$(9) \quad \gamma = \frac{1}{8 \Pi_c} = \frac{RT_c}{8 P_c},$$

und hieraus ergibt sich, wenn wir unter Anwendung der von Sajotschewsky für die kritische Temperatur und den kritischen Druck gefundenen Werthe setzen: $T_c = 273 + 190 = 463$ und $P_c = 36,9 \cdot 10333$, und für R den vorher bestimmten Werth anwenden:

$$\gamma = 0,0017352.$$

Wenn man nun mit Hülfe des durch 2γ dargestellten Werthes von W_c und w_c aus den oben erwähnten Brüchen W/W_c und w/w_c die Grössen W und w gewonnen hat, und von ihnen zu den mit s und σ bezeichneten Volumen des dampfförmigen und flüssigen Aethers gelangen will, so muss man dazu noch die Constante α kennen, da $s = W + \alpha$ und $\sigma = w + \alpha$ ist. Zur Bestimmung von α wendet man am besten irgend ein beobachtetes Flüssigkeitsvolumen an, von welchem man den für dieselbe Temperatur berechneten Werth von w abzuziehen hat. Für 0° hat der flüssige Aether nach Kopp das specifische Gewicht 0,73658, woraus man, wenn man noch berücksichtigt, dass das Volumen σ sich nicht auf den Druck von 1 Atm., sondern auf den Druck von 0,2426

Atm. 1
20° na
Grösse
Werth

E
nach
von β

U
ten k
Gröss
tracht

t

s
σ

t

s
σ

meine
hinzu

Hier
schre

(10)

und

(11)

Die
erge
Wer

Atm. bezieht, erhält $\sigma = 0,001\,357\,8$. Ebenso erhält man für 20° nach Kopp $\sigma = 0,001\,400\,1$. Wenn man mit Hülfe dieser Grössen α bestimmt und aus beiden nahe übereinstimmenden Werthen das Mittel nimmt, so findet man

$$\alpha = 0,001\,087\,6.$$

Es möge hier gleich noch hinzugefügt werden, dass sich nach der Bestimmung von γ und α sofort auch der Werth von β ergibt, da $\beta = \gamma - \alpha$ ist. Es kommt nämlich:

$$\beta = 0,000\,647\,6.$$

Unter Anwendung der gefundenen Werthe der Constanten können wir nun aus den Brüchen W/W_c und w/w_c die Grössen s und σ berechnen, und erhalten für die oben betrachtete Reihe von Temperaturen folgende Werthe.

t	-20°	0°	20°	40°	60°	80°
s	3,182	1,238	0,5562	0,2793	0,1524	0,08883
σ	0,001318	0,001356	0,001402	0,001455	0,001520	0,001600

t	100°	120°	140°	160°	180°	190°
s	0,05417	0,03408	0,02175	0,01373	0,008016	0,004558
σ	0,001702	0,001837	0,002030	0,002335	0,002982	0,004558

Schliesslich möge hier noch die Form, welche die allgemeine Gleichung (3) nach der Bestimmung von Θ annimmt, hinzugefügt werden. Gemäss (7) und (4) hat man zu setzen:

$$\frac{1}{\Theta} = \frac{1}{\Theta_c} (aT^{-n} - b) = \frac{27\gamma}{8} (aT^{-n} - b).$$

Hierfür kann man unter Einführung neuer Constanten kürzer schreiben.

$$(10) \quad \frac{1}{\Theta} = AT^{-n} - B$$

und dadurch geht (3) über in

$$(11) \quad \frac{p}{RT} = \frac{1}{v - \alpha} - \frac{AT^{-n} - B}{(v + \beta)^2}.$$

Die für Aether geltenden Werthe der Constanten A und B ergeben sich aus den oben für α , b und γ angeführten Werthen folgendermassen:

$$A = 15,607; \quad B = 0,0044968.$$

§ 4. Die Stoffe, bei denen man die Beobachtung der Dampfspannungen noch nicht bis zur kritischen Temperatur hat ausdehnen können, bieten für die Bestimmung der in der Gleichung (7) vorkommenden Constanten a , b und n Schwierigkeiten dar, die um so grösser sind, je weiter die höchste Beobachtungstemperatur noch von der kritischen Temperatur entfernt ist. Ist nämlich dieser Temperaturabstand sehr gross, so können Aenderungen der Constanten, welche in dem Temperaturintervall, für welches Beobachtungen vorliegen, nur geringe Unterschiede der berechneten Dampfspannungen verursachen, doch für die berechnete kritische Temperatur und den ihr entsprechenden Druck einen beträchtlichen Unterschied zur Folge haben.

Zu diesen Stoffen gehört das Wasser. Ich habe versucht, aus den Regnault'schen Spannungsbeobachtungen, welche bis etwas über 220° reichen, die wahrscheinlichsten Werthe der Constanten abzuleiten, und bin nach vielfachen Vergleichen zu folgenden Zahlen gelangt:

$$a = 5210; \quad b = 0,85; \quad n = 1,24.$$

Mit Hülfe dieser Zahlen und unter der Voraussetzung, dass für die Temperatur von 100° die Dampfspannung eine Atmosphäre beträgt, habe ich, wie beim Aether, für eine in Absätzen von je 20° fortschreitende Reihe von Temperaturen die Dampfspannungen aus unserer Tabelle abgeleitet und die nachstehenden Werthe gefunden. Soweit die Beobachtungswerthe reichen, habe ich auch sie zur Vergleichung hinzugefügt, und zwar habe ich dazu diejenigen Werthe gewählt, welche Regnault direct aus den von ihm construirten Curven entnommen hat, und welche er als das unmittelbarste Ergebniss seiner Beobachtungen betrachtet. Wo er zwei aus verschiedene Curven erhaltene Werthe anführt, habe ich deren Mittel genommen. Unter den beobachteten Spannungen stehen die Differenzen mit den berechneten Spannungen. Ausserdem habe ich in dieser Tabelle auch gleich die berechneten Werthe von s angeführt, von denen weiter unten die Rede sein wird.

t	0°	20°	40°	60°	80°	100°
$P_{\text{ber.}}$	0,00574	0,02248	0,07183	0,1956	0,4665	1
$P_{\text{beob.}}$	0,00605	0,02288	0,07225	0,1958	0,4666	1
d	0,00031	0,00040	0,00042	0,0002	0,0001	0
s	216,6	59,30	19,81	7,725	3,422	1,677

t	120°	140°	160°	180°	200°	220°
$P_{\text{ber.}}$	1,962	3,571	6,106	9,907	15,37	22,97
$P_{\text{beob.}}$	1,960	3,569	6,118	9,922	15,35	22,88
d	-0,002	-0,002	0,012	0,015	-0,02	-0,09
s	0,8927	0,5085	0,3060	0,1924	0,1253	0,08371

t	240°	260°	280°	300°	320°	332,32°
$P_{\text{ber.}}$	33,23	46,73	64,15	86,27	113,9	134,1
s	0,05700	0,03912	0,02680	0,01796	0,01111	0,005892

Die Zusammenstellung der berechneten und beobachteten Spannungen zeigt in dem ganzen Temperaturintervall von 0° bis 220° eine sehr befriedigende Uebereinstimmung, und danach darf man es wohl als wahrscheinlich annehmen, dass auch die für die höheren Temperaturen berechneten Spannungswerthe, sowie die berechnete kritische Temperatur 332,32° und der ihr entsprechende Druck von 134 Atmosphären nicht zu weit von der Wahrheit abweichen.

Was nun die übrigen in den Formeln vorkommenden Constanten anbetrifft, so erhält man für R , gemäss der Gleichung (8), wenn man darin für d den Werth 0,6221 setzt, welcher aus den für die spec. Gewichte von Wasserstoff und Sauerstoff von Regnault gefundenen Werthen hervorgeht:

$$R = 47,05.$$

Daraus ergibt sich weiter, gemäss (9), wenn man für T_c und P_c die oben gefundenen Werthe anwendet:

$$\gamma = 0,002\,569.$$

Um α zu bestimmen, muss man von einem beobachteten Volumen des flüssigen Wassers den für dieselbe Temperatur berechneten Werth von w abziehen. Nun zeigt aber das

flüssige Wasser, wenn man es von 0° an erwärmt, die bekannte eigenthümliche Erscheinung, dass es sich anfangs zusammenzieht und erst über 4° ausdehnt, und dass auch dann noch, innerhalb eines beträchtlichen Temperaturintervalls, der Ausdehnungscoefficient viel veränderlicher ist, als bei anderen Flüssigkeiten. Diese Erscheinung, welche unzweifelhaft mit denjenigen Molecular Kräften zusammenhängt, die beim Gefrieren des Wassers als Krystallisationskräfte wirken, wird durch unsere zur Bestimmung von w dienende Gleichung nicht mit ausgedrückt, weil bei ihrer Aufstellung diese Art von Kräften nicht mit berücksichtigt ist. Hierdurch entsteht nun für die Bestimmung von α eine Unsicherheit, indem man je nach der Temperatur, auf welche das zur Bestimmung angewandte Wasservolumen sich bezieht, verschiedene Werthe von α erhält. Wendet man das bei 20° beobachtete Wasservolumen an, so kommt.

$$\alpha = 0,000\,754,$$

und wenn man diese Zahl von der oben für γ angeführten Zahl abzieht, so erhält man:

$$\beta = 0,001\,815.$$

Auf die berechneten Werthe des Dampfvolumens s hat die in Bezug auf die Constante α stattfindende Unsicherheit nur einen sehr geringen Einfluss, da die ganze Grösse von α gegen das Dampfvolumen bei allen Temperaturen, die der kritischen Temperatur nicht zu nahe liegen, sehr klein ist. Die für die oben betrachtete Reihe von Temperaturen berechneten Werthe von s sind, wie schon erwähnt, der letzten Tabelle mit angefügt. Sie stellen das Volumen eines Kilogramm Dampf in Cubikmetern dar.

Giebt man endlich noch der den Druck p bestimmenden Gleichung die unter (11) angeführte Form:

$$\frac{p}{RT} = \frac{1}{v - \alpha} - \frac{AT^{-n} - B}{(v + \beta)^2},$$

so haben die hierin vorkommenden Constanten A und B für Wasser folgende Werthe:

$$A = 45,17; \quad B = 0,00\,737.$$

**X. Ueber eine Gleichung, welcher die lebendige Kraft schwingender Bewegungen genügt;
von S. Oppenheim.**

In seinem Buche „Leçons sur les coordonnées curvilignes et leurs diverses applications“ beweist Lamé den Satz¹⁾, wonach, wenn v das Potential der Gravitation, T die lebendige Kraft der durch dasselbe erzeugten Bewegung ist, ebenso wie

$$\Delta_2 V = 0; \text{ auch } \Delta_2 T = 0$$

ist. Er selbst bemerkt hierzu: „... résultat qui s'accorde singulièrement avec les nouvelles idées sur la puissance dynamique de la chaleur.“

Wir wollen im Nachfolgenden eine analoge Gleichung für die lebendige Kraft ableiten, und zwar für eine Bewegung, welche durch das Potential:

$$P = -\frac{\lambda}{2} \int d\tau \left[\left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \xi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \xi}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \zeta}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \zeta}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \zeta}{\partial z} \right)^2 \right],$$

charakterisirt ist. Die Integration ist über das Volumen des Körpers ausgedehnt. Die lebendige Kraft sei:

$$T = \int d\tau \frac{\lambda}{2} [\dot{\xi}^2 + \dot{\eta}^2 + \dot{\zeta}^2],$$

wenn wir der Kürze halber $(d\xi/dt) = \dot{\xi}$ u. s. w. schreiben. Das Princip der Erhaltung der Energie liefert die Gleichung $E = T + P$, und dieselbe nach t differenzirt:

$$\frac{dT}{dt} + \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{dE}{dt} = 0, \text{ d. h.}$$

$$\int d\tau \left\{ \mu (\dot{\xi} \ddot{\xi} + \dot{\eta} \ddot{\eta} + \dot{\zeta} \ddot{\zeta}) - \lambda \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \dot{\xi}}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \dot{\xi}}{\partial y} + \frac{\partial \xi}{\partial z} \cdot \frac{\partial \dot{\xi}}{\partial z} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \cdot \frac{\partial \dot{\eta}}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \cdot \frac{\partial \dot{\eta}}{\partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial z} \cdot \frac{\partial \dot{\eta}}{\partial z} + \frac{\partial \zeta}{\partial x} \cdot \frac{\partial \dot{\zeta}}{\partial x} + \frac{\partial \zeta}{\partial y} \cdot \frac{\partial \dot{\zeta}}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial z} \cdot \frac{\partial \dot{\zeta}}{\partial z} \right) \right\} = 0.$$

1) Siehe § 93 p. 169: Travail de l'attraction.

Statt nun, wie gewöhnlich geschieht, den zweiten Theil dieser Gleichung nach dem Green'schen Satze zu behandeln, wollen wir hier folgende Annahmen machen:

$$(1) \quad \begin{cases} \frac{\partial \xi}{\partial x} = \pm \frac{\alpha}{k} \cdot \xi & \frac{\partial \xi}{\partial y} = \pm \frac{\beta}{k} \cdot \xi & \frac{\partial \xi}{\partial z} = \pm \frac{\gamma}{k} \cdot \xi \\ \frac{\partial \eta}{\partial x} = \pm \frac{\alpha}{k} \cdot \eta & \frac{\partial \eta}{\partial y} = \pm \frac{\beta}{k} \cdot \eta & \frac{\partial \eta}{\partial z} = \pm \frac{\gamma}{k} \cdot \eta \\ \frac{\partial \zeta}{\partial x} = \pm \frac{\alpha}{k} \cdot \zeta & \frac{\partial \zeta}{\partial y} = \pm \frac{\beta}{k} \cdot \zeta & \frac{\partial \zeta}{\partial z} = \pm \frac{\gamma}{k} \cdot \zeta \end{cases}$$

Dadurch wird:

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = \pm \frac{k}{\alpha} \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \quad \text{und} \quad \frac{\partial \xi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial x} = \xi \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$$

und ebenso die anderen Grössen, sodass die Gleichung jetzt die Form erhält:

$$\int d\tau \left\{ \xi (\mu \ddot{\xi} - \lambda A_2 \xi) + \eta (\mu \ddot{\eta} - \lambda A_2 \eta) + \zeta (\mu \ddot{\zeta} - \lambda A_2 \zeta) \right\} = 0$$

und somit, da die $\xi \eta \zeta$ als voneinander unabhängig betrachtet werden müssen, die drei Gleichungen liefert:

(2) $\mu \ddot{\xi} - \lambda A_2 \xi = 0$; $\mu \ddot{\eta} - \lambda A_2 \eta = 0$; $\mu \ddot{\zeta} - \lambda A_2 \zeta = 0$,
welche die bekannten Differentialgleichungen für die transversalen Schwingungen sind.

Was die Bedingungsbedingungen (1) anlangt, so können wir die physikalische Bedeutung derselben in folgender Weise interpretiren.

Betrachten wir nämlich die Verschiebungscomponenten $\xi \eta \zeta$ als Functionen der $x y z t$, bezeichnen mit $x_0 y_0 z_0 t_0$ einander entsprechende Anfangswerthe von $x y z t$, so ist nach dem Taylor'schen Satze:

$$\xi = \xi_0 + \left[(x-x_0) \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)_0 + (y-y_0) \left(\frac{\partial \xi}{\partial y} \right)_0 + (z-z_0) \frac{\partial \xi}{\partial z} + (t-t_0) \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} \right)_0 \right] + \dots$$

und mit Rücksicht auf diese Gleichungen (1):

$$\xi = \xi_0 + \frac{(\xi)_0}{k} \left[\pm \alpha (x-x_0) \pm \beta (y-y_0) \pm \gamma (z-z_0) + k(t-t_0) \right] + \dots$$

und analog η und ζ , d. h. die Bedingungsbedingungen (1) drücken aus, dass die $\xi \eta \zeta$ Functionen sind, deren Argument:

$$\pm \alpha (x-x_0) \pm \beta (y-y_0) \pm \gamma (z-z_0) + k(t-t_0)^1$$

1) Mit anderen Worten: Die Gl.: $\mu \ddot{\xi} - \lambda A_2 \xi = 0$ zerfällt in die 3 Gl.: $(\partial \xi / \partial k) = \pm (\alpha/k) \xi$, $(\partial \xi / \partial y) = \pm (\beta/k) \xi$, $(\partial \xi / \partial z) = \pm (\gamma/k) \xi$. Ueber eine

Die Gleichungen (2) liefern hierzu noch die Bedingung:

$$\mu k^2 - \lambda (\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) = \Theta.$$

Aus den Gleichungen (1) in Verbindung mit (2) resultirt nun die abzuleitende Relation für die lebendige Kraft.

Es ist nämlich:

$$\text{aus } \pm \frac{\alpha}{\mu} \dot{\xi} = \frac{\partial \xi}{\partial x}, \quad \pm \frac{\alpha}{k} \ddot{\xi} = \frac{\partial \dot{\xi}}{\partial x} \quad \text{und} \quad \frac{\alpha^2}{k^2} (\ddot{\xi})^2 = \left(\frac{\partial \dot{\xi}}{\partial x} \right)^2,$$

$$\text{mithin:} \quad \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}{k^2} (\ddot{\xi})^2 = \left(\frac{\partial \dot{\xi}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{\xi}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{\xi}}{\partial z} \right)^2,$$

$$\text{oder:} \quad \mu \ddot{\xi}^2 = \lambda \left[\left(\frac{\partial \dot{\xi}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{\xi}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{\xi}}{\partial z} \right)^2 \right];$$

ferner ist:

$$\mu \ddot{\xi} = \lambda \Delta_2 \xi; \quad \mu \ddot{\eta} = \lambda \Delta_2 \eta \quad \text{und} \quad \mu \ddot{\xi} \cdot \ddot{\eta} = \lambda \xi \Delta_2 \xi,$$

und die beiden Gleichungen addirt:

$$\mu (\ddot{\xi}^2 + \ddot{\eta} \ddot{\xi}) = \lambda \left[\ddot{\xi} \Delta_2 \xi + \left[\left(\frac{\partial \dot{\xi}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{\xi}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{\xi}}{\partial z} \right)^2 \right] \right],$$

$$\text{d. h.:} \quad \frac{d^3}{dt^3} \left[\frac{\mu}{2} \xi^2 \right] = \Delta_2 \left[\frac{\lambda}{2} \xi \ddot{\xi} \right] = \frac{\lambda}{\mu} \Delta_2 \left(\frac{\mu}{2} \xi \ddot{\xi} \right).$$

Indem nun ähnliche Gleichungen für η^2 und ξ^2 gelten, ergibt die Addition und nachfolgende Integration über den Raum des betrachteten Körpers:

$$\mu \frac{d^3 T}{dt^3} - \lambda \Delta_2 T = 0.$$

In analoger Weise kann auch die Gleichung:

$$\mu \frac{\partial^3 P}{\partial t^3} - \lambda \Delta_2 P = 0.$$

abgeleitet werden.

Ueber eine Verallgemeinerung dieser Gleichungen für den Fall gewisser erzwungener Schwingungen, ferner für den Fall von Schwingungen mit einem Geschwindigkeitspotential sowie eine Anwendung dieser Gleichungen auf die Theorie der Wärmeleitung wollen wir in einer nächsten Abhandlung berichten.

dieser Theilung analoge siehe B. Strutt-Rayleigh, Akustik, 2. § 245 und Earnshaw, Phil. Trans. 1860.

XI. *Electrische Einheiten nach den Beschlüssen des internationalen Congresses der Electriciker zu Paris 1881.*

1) Als Grundeinheiten der electricischen Maasse gelten das Centimeter, die Masse eines Grammes und die Secunde. (C. G. S.)

2) Die bis jetzt angewandten Einheiten, das Ohm und Volt, behalten ihre gegenwärtigen Bedeutungen: 10^9 für ersteres und 10^8 für letzteres.

3) Die Widerstandseinheit Ohm wird dargestellt durch eine Quecksilbersäule von 1 qmm Durchschnitt bei 0° C.

4) Eine internationale Commission soll beauftragt werden, durch neue Versuche die Länge der Quecksilbersäule von 1 qmm Durchschnitt bei 0° C. zu bestimmen, welche den Werth Ohm repräsentirt.

5) Man nennt Ampère die Stromintensität, welche ein Volt in einem Ohm hervorruft.

6) Man bezeichnet als Coulomb die Electricitätsmenge, welche durch ein Ampère in einer Secunde geliefert wird.

7) Man definirt als Farad die Capacität, welche durch die Bedingung charakterisirt ist, dass ein Coulomb in einem Farad ein Volt gibt.

Berichtigungen.

In meiner Dissertation¹⁾ Wied. Ann. **6.** p. 86, über die experimentelle Bestimmung von Lichtgeschwindigkeiten in Krystallen finden sich einige Versehen, auf welche Hr. Hollefreund in Göttingen die Freundlichkeit hatte, mich aufmerksam zu machen:

p. 107 Z. 8 v. o. muss es heissen „ $2V = 76,89^\circ$ “

p. 108 Z. 3 v. u. „ $0,65833 = a$ “.

W. Kohlrausch.

Bd. XII. (Goldstein) p. 249 Z. 9 v. u. lies „den p. 109 gegebenen“.

Bd. XIII. (v. Wroblewski) p. 615 Z. 21 v. o. lies „Contraction“ statt „Concentration“.

p. 617 Z. 5 v. u. lies „negativen Logarithmus von $\cos^2 \varphi$ “ statt „ $\cos^2 \varphi$ “.

Bd. XIV. (Lorberg). Dem Ende von § 1 ist Folgendes anzufügen:

„Uebrigens bemerke ich, dass die im folgenden Paragraphen gegebene Lösung des Problems sich nicht wesentlich ändert, wenn man die Constante k/q der Poisson'schen Gl. (1), statt sie = 0 zu setzen, als unbestimmte Constante beibehält.“

Namenregister zum Jahrgang 1881.

A.

Auerbach, F., Magnetische Nachwirkung 14, 308.

B.

Barus, C. s. Strouhal.

Beetz, W., Elasticität und electrisches Leitungsvermögen der Kohle 12, 65. — Natur der galvanischen Polarisation 12, 290, 474.

Bessel-Hagen, E., Neue Töpfer'sche Quecksilberluftpumpe 12, 425.

Boltzmann, L., Specificische Wärme des Chlors etc. 13, 544.

Budde, E., Taucherglocke 12, 208. — Clausius'sches Gesetz und Bewegung der Erde im Raume, II 12, 644.

C.

Chappuis, P., Absorption der Kohlensäure durch Holzkohle 12, 161.

Christiansen, C., Wärmeleitung 14, 23.

Clausius, R., Electrodynamik 12, 639. — Bestimmung des Dampfdruckes und der Volumina des Dampfes und der Flüssigkeit 14, 279, 692.

Cohn, E., Widerstand polarisirter Zellen 13, 665.

Congress der Electriciker. Electricische Einheiten 14, 692.

D.

Dietrich, W., Intensitäten der beiden Natriumlinien 12, 519.

Dorn, E., Absolute Grösse der Gasmoleculé 13, 378.

E.

Edlund, E., Depolarisator 12, 149.

Erhard, Th., Glasplattensäule 12, 655. — Electricische Eigenschaften des Indiums 14, 504.

Exner, F., Natur der galvanischen Polarisation 12, 280.

F.

Feussner, W., Interferenzerscheinungen dünner Blättchen 14, 545.

Fröhlich, J., Clausius' Gesetz und die Bewegung der Erde im Raume 12, 121. — Modification des Lichtes durch Reflexion an engen Metallgittern 13, 133.

Fromme, C., Electromotorische Kraft galvanischer Combinationen 12, 399. — Wirkungen der magnetischen Coërcitivkraft 13, 313. — Maximum des temporären Magnetismus 13, 695.

G.

Goldstein, E., Electricische Lichterscheinung in Gasen 12, 90. — Entladung der Electricität in verdünnten Gasen 12, 249.

Graetz, L., Wärmeleitungsfähigkeit von Gasen 14, 232, 541.

Grunmach, L., Electromagnetische Drehung der Polarisationsebene der strahlenden Wärme 14, 85.

H.

Hallock, W., Lichtgeschwindigkeit in verschiedenen Quarzflächen 12, 147.

- Hankel, W., Electricität in hemimorphen Krystallen durch Aenderung des Druckes in der Richtung der unsymmetrisch ausgebildeten Axen 13, 640.
- Hansemann, G., s. Kirchhoff.
- Hellmann, H., Electricische Entladungen 14, 543.
- Helm, G., Vermittelung der Fernwirkungen durch den Aether 14, 149.
- Helmholtz, H., Auf das Innere magnetisch oder dielectricisch polarisirter Körper wirkende Kräfte 13, 385. — Electrodynamische Wage 14, 52.
- Hertz, H. R., Vertheilung der Electricität auf der Oberfläche bewegter Leiter 13, 266. — Kinetische Energie der bewegten Electricität 14, 581.
- Herwig, H., Capacität von Condensatoren mit starrem Isolator 13, 164.
- Holtz, W., Erscheinungen an Flammen 12, 661. — Künstlich geformter, polarunterschiedlich sich richtender und polarunterschiedlich angezogener Körper 12, 477. — Eindringen der Electricität 13, 207. — Influenzmaschinen 13, 623.
- Hoorweg, J. L., Thermische Theorie des galvanischen Stromes 12, 75.
- J.**
- v. Jolly, Ph., Anwendung der Wage auf Probleme der Gravitation 14, 331.
- Julius, V. A., Volta'sche Fundamentalversuche 13, 276. S. auch Korteweg.
- K.**
- Kayser, H., Verdichtung von Gasen an Oberflächen in ihrer Abhängigkeit von Druck und Temperatur 12, 526. 14, 450.
- Kerber, A., Höhe der Erdatmosphäre 14, 117.
- Ketteler, E., Dispersionsgesetz auf durchsichtige, halbdurchsichtige und undurchsichtige Mittel 12, 363. — Refraction und Absorption des Lichtes 12, 481.
- Kirchhoff, G. u. G. Hansemann, Leitungsfähigkeiten der Metalle für Wärme und Electricität 13, 406.
- Kittler, E., Spannungsdifferenz zwischen sich berührenden Flüssigkeiten 12, 572.
- Klang, H., Elasticitätsconstanten des Flussspathes 12, 321.
- Klocke, Fr., s. K. R. Koch.
- Koch, S., Reibungsconstante des Quecksilbers 14, 1.
- Koch, K. R., und Fr. Klocke, Bewegung der Gletscher 14, 509.
- Koenig, R., Stösse und Stosstöne bei harmonischen Intervallen 12, 335. — Stosstöneapparat für Vorlesungsversuche 12, 350. — Luftschwingungen in Orgelpfeifen 13, 569. — Klangfarbe 14, 369.
- Kohlrausch, W., Töne beim Durchströmen von Gasen durch Spalten 13, 545.
- Koláček, F., Theorie der Resonanz 12, 353.
- Konowalow, D., Dampfspannung von gemischten Flüssigkeiten 14, 34, 219.
- Korteweg, D. J., Einfluss der räumlichen Ausdehnung der Moleculle auf den Druck eines Gases 12, 186.
- Korteweg, D. J., und V. A. Julius, Electricische Ausdehnung bei Glas und Kautschuk 12, 647.
- Kundt, A., Einfluss des Druckes auf die Oberflächenspannung der Flüssigkeiten 12, 535. — Doppelbrechung des Lichtes in bewegten reibenden Flüssigkeiten 13, 110.
- Kuschel, J., Ueberführungszahlen der Ionen für Lithium- und Kohlensäureverbindungen 13, 289.
- L.**
- v. Lang, V., Dispersion des Aragonits 14, 571.
- Lecher, E., Absorption der Sonnenstrahlung durch die Kohlensäure unserer Atmosphäre 12, 466.
- Lecher, E., und J. Pernter, Absorption dunkler Wärmestrahlen in Gasen und Dämpfen 12, 180.
- Lehmann, O., Krystallanalyse 13, 506.

Lippich, F., Spectra gasförmiger Körper 12, 380.

Lohse, O., Glüherscheinungen an Metallelektroden innerhalb einer Wasserstoffatmosphäre von verschiedenem Drucke 12, 109.

Lommel, E., Polarisationsapparat aus Magnesiumplatinocyanür 13, 347. — Dispersionsgesetz 13, 353. — Drehung der Polarisationsebene 14, 523.

Lorberg, H., Electricische Elementargesetze 12, 115. — Wärmeleitung 14, 291, 426.

Lorentz, H. A., Virial in der kinetischen Gastheorie 12, 127, 660.

Lorenz, L., Leitungsvermögen der Metalle für Wärme und Electricität 13, 422, 582.

Lubarsch, O., Fluorescenz 14, 575.

M.

Maschke, H., Akustischer Apparat 14, 204.

Meyer, L., und O. Schumann, Transpiration von Dämpfen 13, 1.

Moser, J., Electrolytische Ueberführung und Verdampfung und Condensation 14, 62.

Müller-Erzbach, W., Contraction und Wärme bei Bildung von Haloidsalzen 13, 522.

Muraoka, H., Galvanisches Verhalten der Kohle 13, 307.

N.

Neesen, F., Quecksilberluftpumpe 13, 383.

Nies, F., und A. Winkelmann, Volumenänderungen einiger Metalle beim Schmelzen 13, 43.

O.

Oberbeck, A., Schallstärke 13, 222.

Oppenheim, S., 14, 705.

P.

Paalzow, A., Volumenometer 13, 332. 14, 176.

Paalzow, A., und H. W. Vogel, Sauerstoffspectrum 13, 336.

Pernter, J., s. Lecher.

Planck, M., Sättigungsgesetz 13, 535.

Pulfrich, C., Absorption des Lichtes in isotropen und anisotropen Medien 14, 177.

R.

v. Reis, M. A., spezifische Wärme flüssiger organischer Verbindungen 13, 447.

Reitlinger, E., und A. v. Urbantzky, Geissler'sche Röhren 13, 670.

Reitlinger, E., und F. Wächter, Electricische Ringfiguren und deren Formveränderung durch den Magnet 12, 590. — Disgregation der Elektroden und Lichtenberg'sche Figuren 14, 591.

Riecke, E., Bewegung eines electrischen Theilchens im magnetischen Felde und negatives Glimmlicht 13, 191. — Vom Erdmagnetismus auf einen drehbaren linearen Stromleiter ausgeübte Kraft 13, 194. — Von einer Influenzmaschine zweiter Art gelieferte Electricitätsmenge 13, 255. — Inducirter Magnetismus 13, 465.

Riess, P., Influenzmaschine 13, 543.

Ritter, A., Höhe der Atmosphäre und Constitution gasförmiger Weltkörper 12, 445. 13, 360. 14, 610.

Röntgen, W. C., Töne durch intermittirende Bestrahlung eines Gases 12, 155.

S.

Schellbach, K. H., Minimum der Ablenkung im Prisma 14, 367.

Schering, K., Horizontale erdmagnetische Kraft für Göttingen i. J. 1880 13, 328.

Schoop, P., Aenderung der Dampfdichte einiger Ester mit Druck und Temperatur 12, 550.

Schröder, H., Volumenconstitution flüssiger Verbindungen 14, 656.

Schuller, A., Quecksilberluftpumpe 13, 528. — Bildungswärme des Wassers 14, 226.

Schulze-Berge, F., Electricitätserregung beim Contact von Metallen und Gasen 12, 293. — Theorie des Volta'schen Fundamentalversuches 12, 319.

Schumann, O., Dampfspannung homologer Ester 12, 40. s. Meyer.

- Siemens, W., Dynamoelectrische Maschine 14, 469. — Theorie des Electromagnetismus 14, 635.
 Slotte, K. F., Reibung der Lösungen einiger Chromate 14, 13.
 Sohncke, L., Newton'sche Ringe 13, 139.
 Sohncke, L., und A. Wangerin Newton'sche Ringe 12, 1. 201.
 Sprung, A., Bahnlinien eines freien Theilchens auf der rotirenden Erdoberfläche 14, 128.
 Stefan, J., Abweichungen der Ampère'schen Theorie des Magnetismus von der Theorie der electromagnetischen Kräfte 12, 620.
 Streckker, K., Specifische Wärme des Chlor-, des Brom- und des Jodgases 13, 20.
 Streintz, F., Zersetzung des Wassers an Platinelectroden durch Entladung von Leydener Flaschen 13, 644.
 Strouhal, V., und C. Barus, thermoelectrische Stellung des Eisens und Stahls bei Magnetisirung 14, 54.

T.

- v. Than, C., Thermochemische Untersuchungen 13, 84. — Calorimetrische Messungen 14, 393.
 Tumlirz, O., Beugungserscheinungen vor dem Rande eines Schirmes 12, 159.

U.

- Umow, N., Electrodynamische Inductionsgesetze 13, 185.
 v. Urbanitzky, A., s. Reitlinger.

V.

- Vierordt, K., Photometrie der Fraunhofer'schen Linien 13, 338.
 Vogel, A. W., s. Paalzow.
 Volkmann, P., Spec. Gewicht des destillirten Quecksilbers 13, 209. — Ausdehnung des Wassers durch die Wärme 14, 260.

W.

- Wächter, F., s. Reitlinger.
 Wangerin, A., s. Sohncke.
 Warburg, E., Magnetische Untersuchungen 13, 141.
 Wiedemann, E., Beiträge zur Geschichte der Naturwissenschaften bei den Arabern. VI. 14, 368.
 Winkelmann, A., Wärmeleitfähigkeit der Gase 14, 534. s. auch Nies.
 v. Wroblewski, S., Anwendung der Photometrie auf das Studium der Diffusionserscheinungen 13, 606.
 Wüllner, A., Erhitzung des Eises 13, 105. — Spectra des Wasserstoffs und Acetylene 14, 355. — Spectra der Kohlenstoffverbindungen 14, 363.

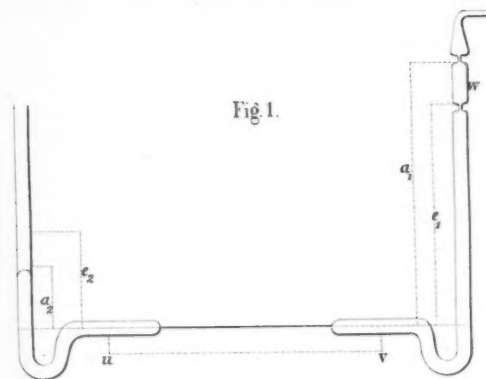


Fig. 1.

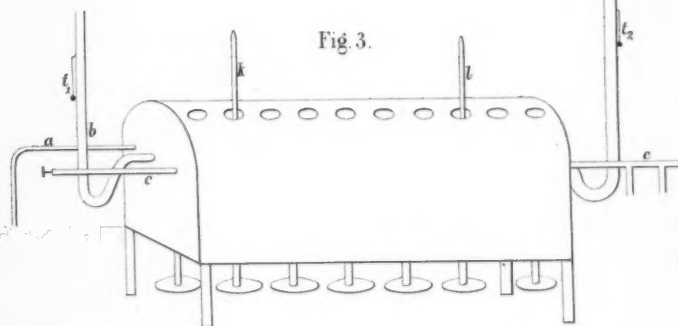


Fig. 3.

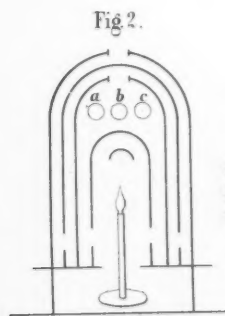


Fig. 2.

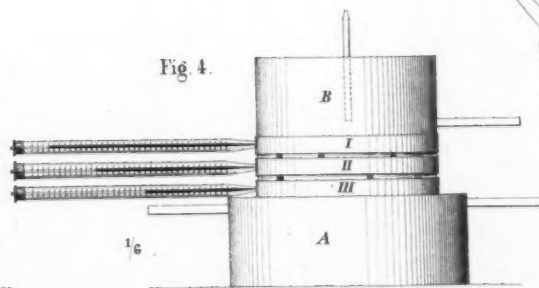


Fig. 4.

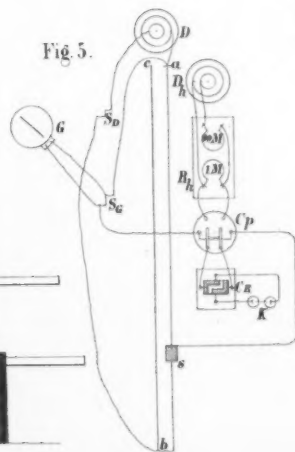
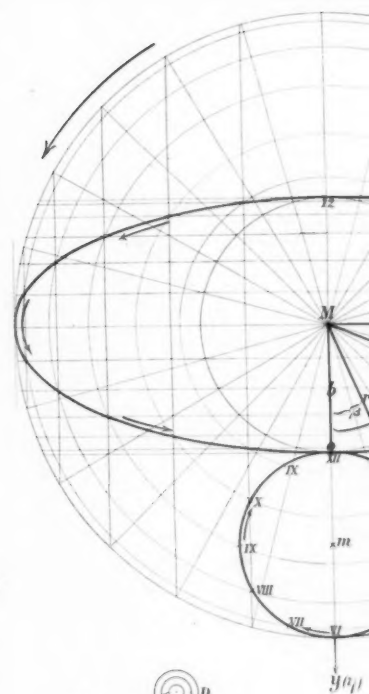
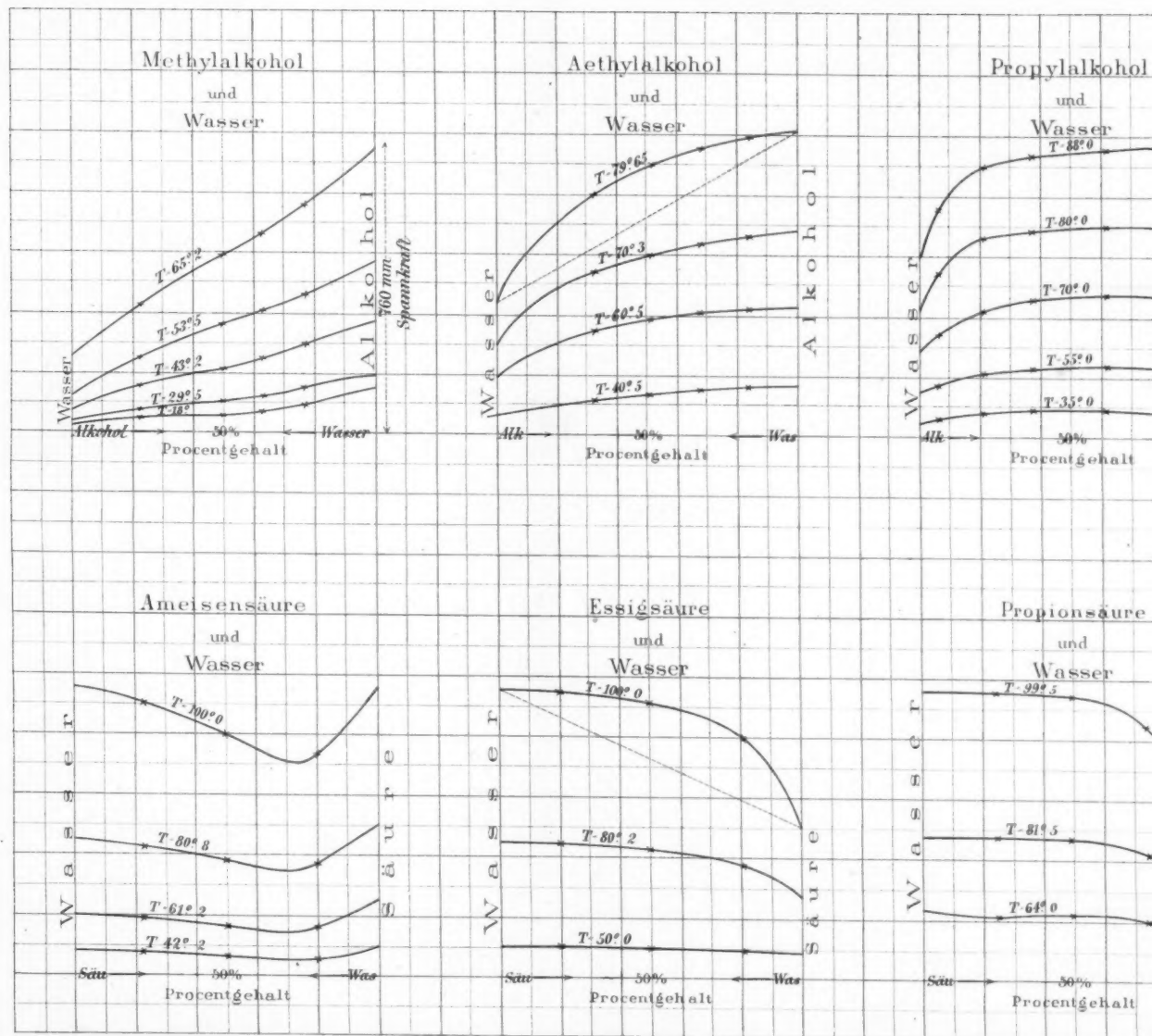


Fig. 5.



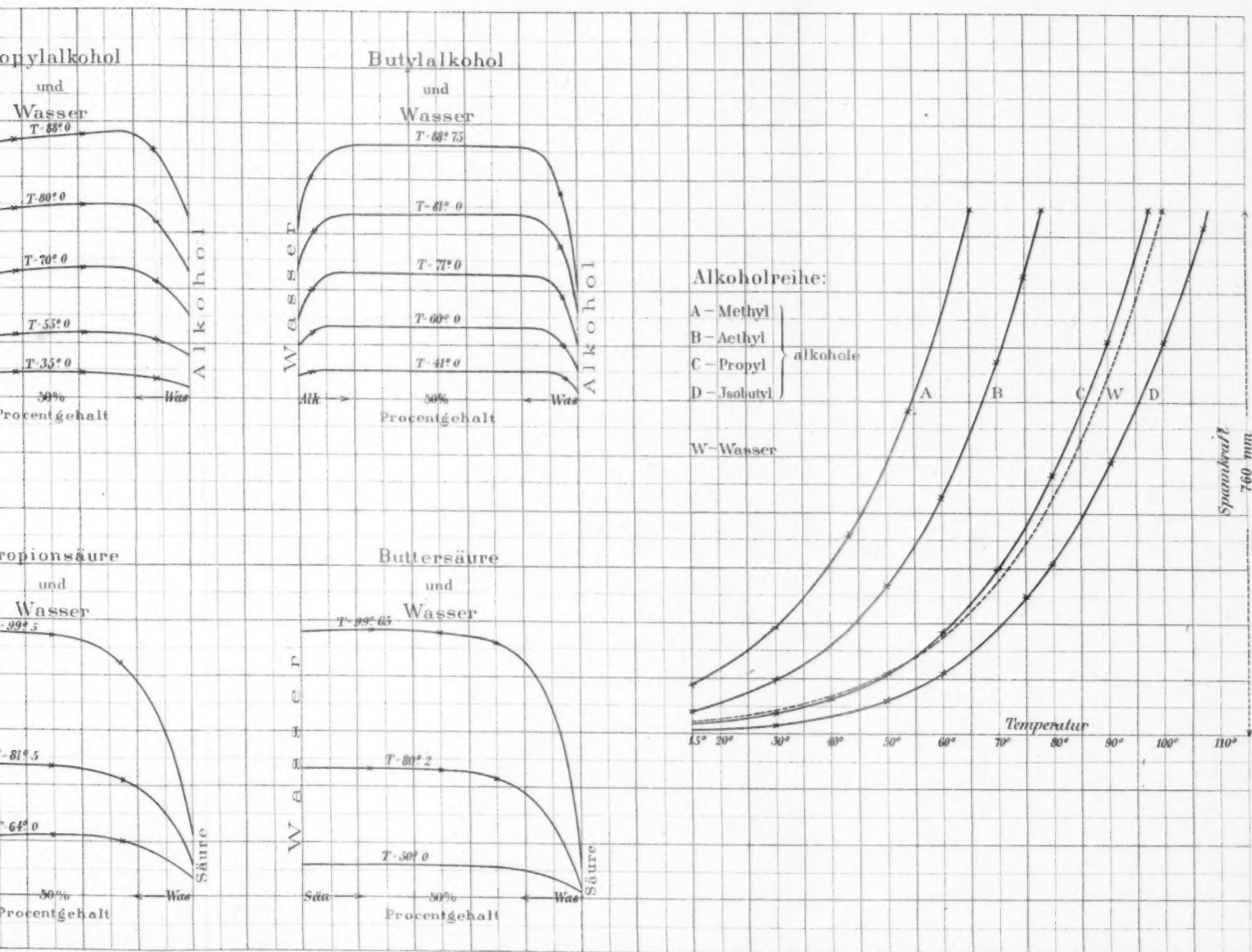
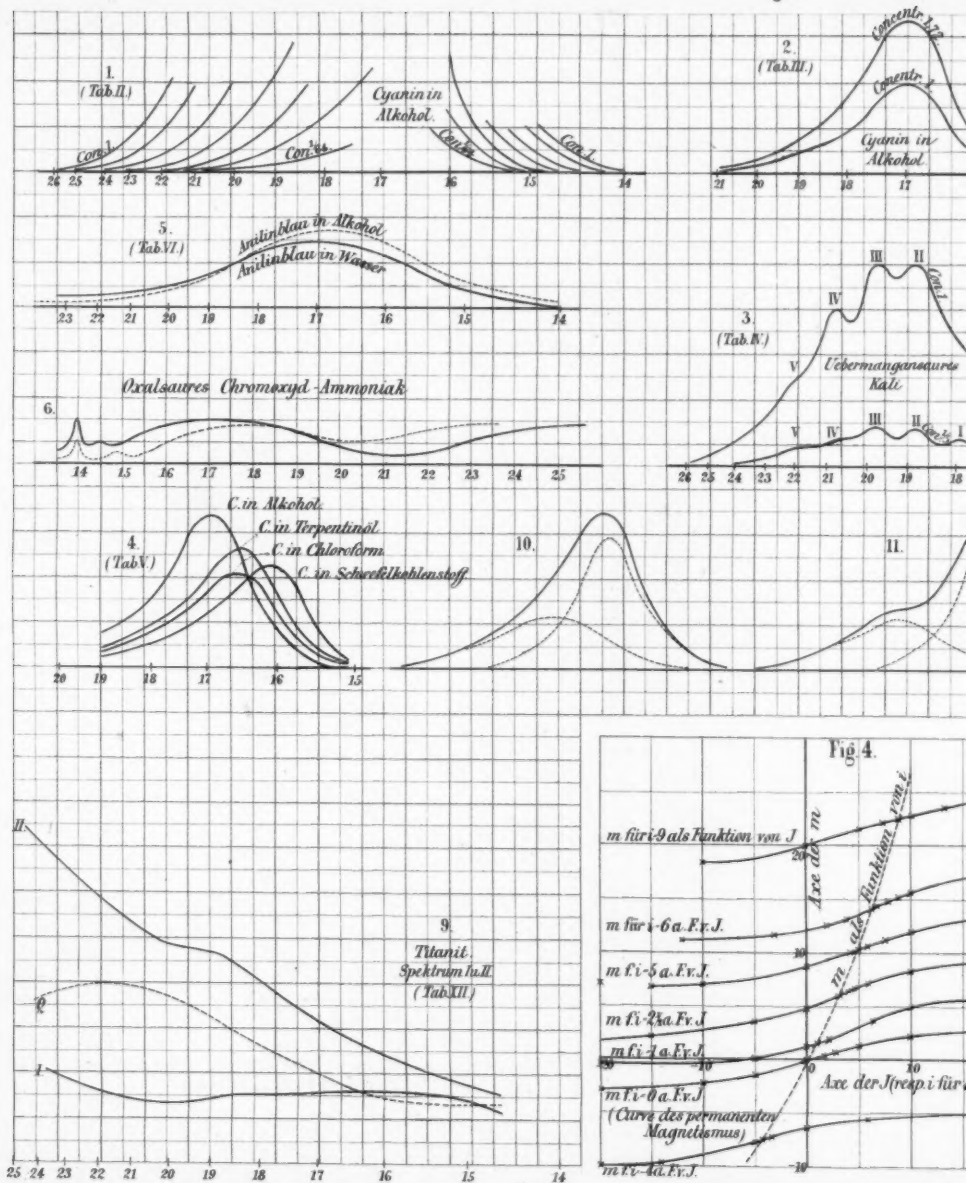


Fig.1.



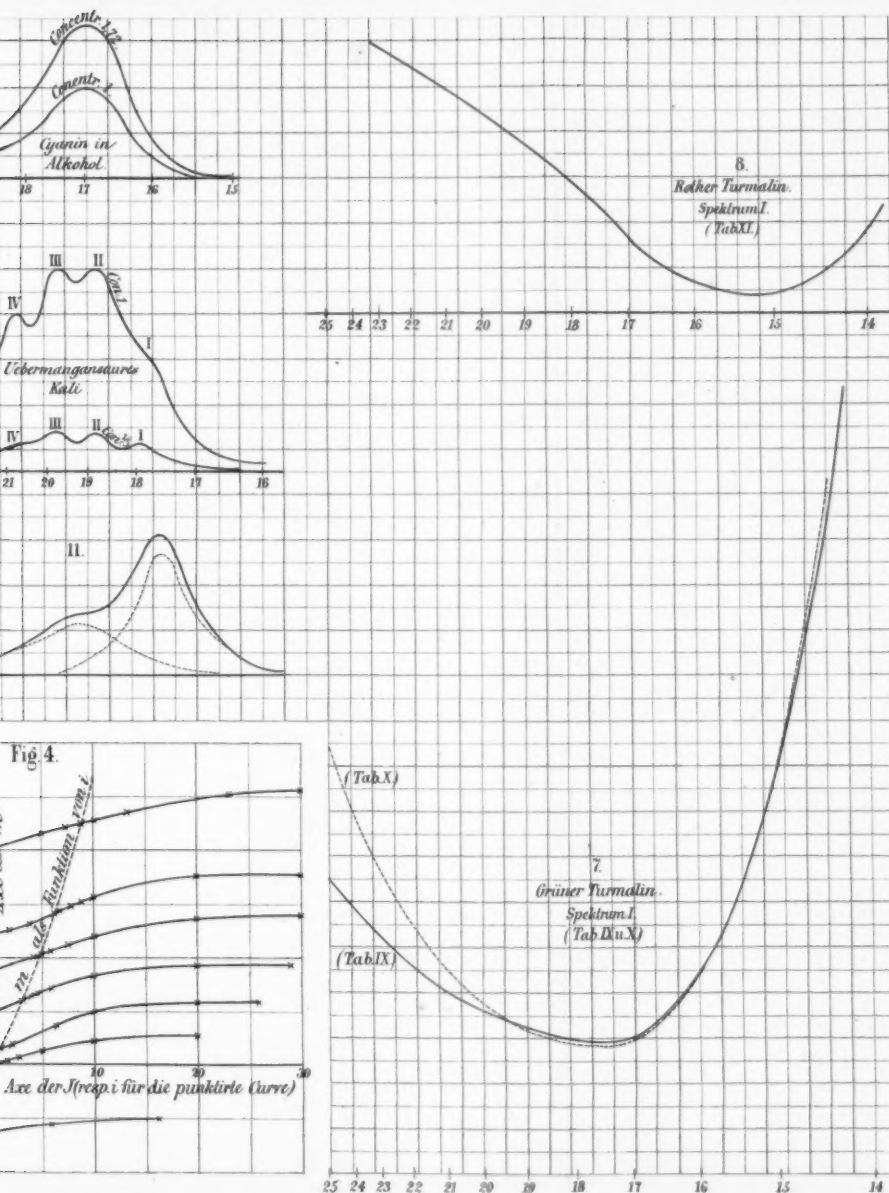


Fig. 2.

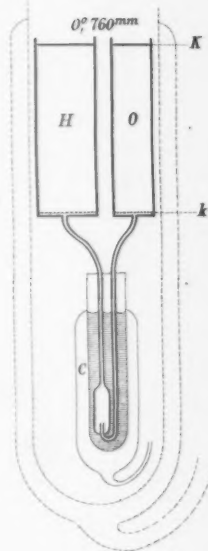
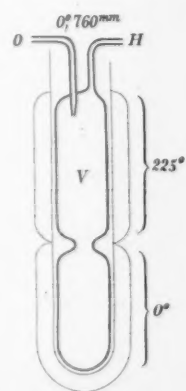


Fig. 3.



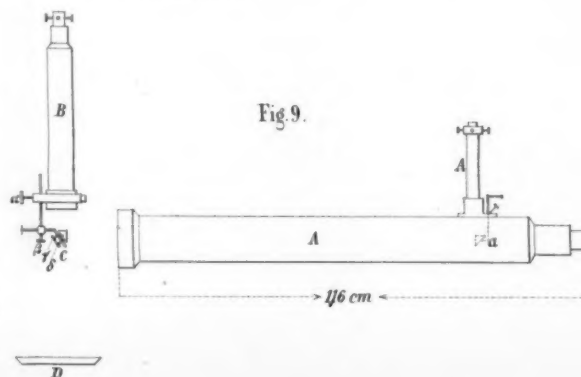
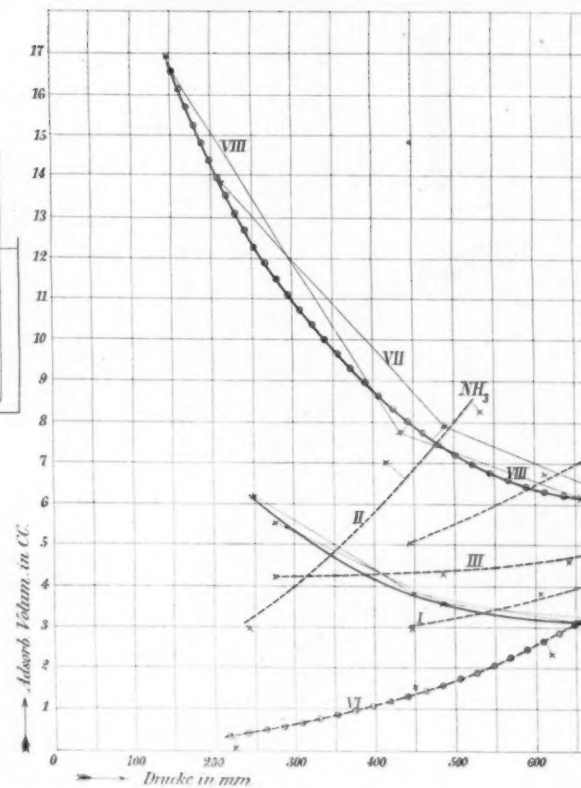
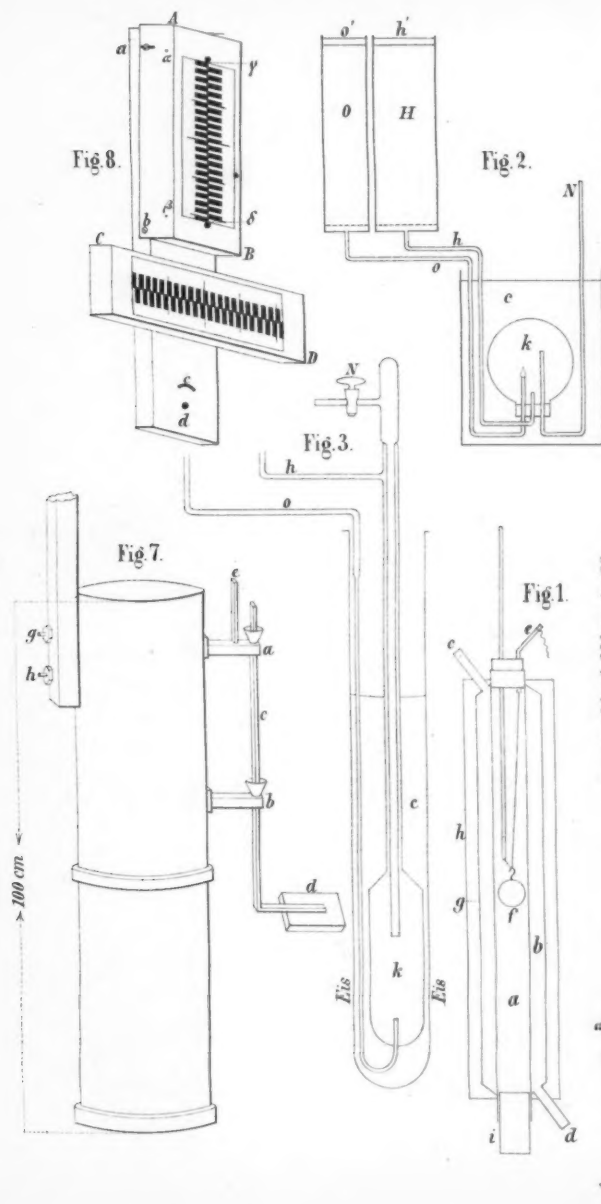


Fig. 6.

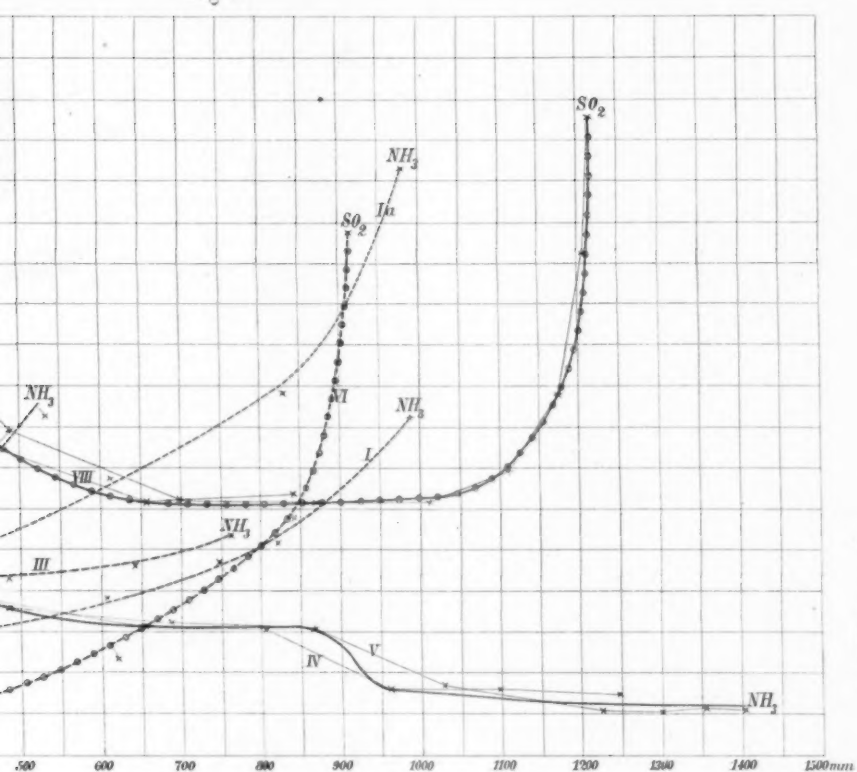


Fig. 5.

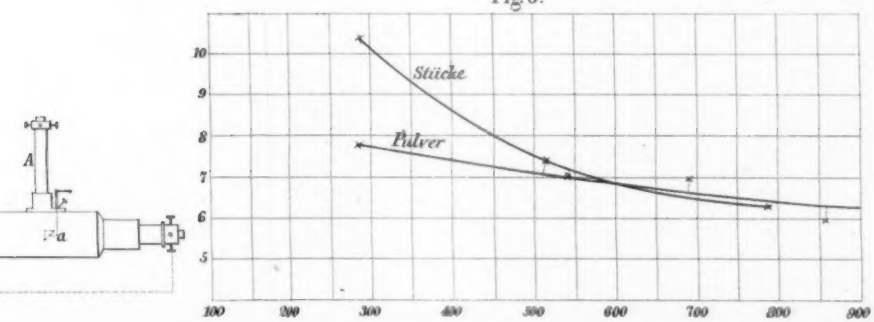


Fig. 4.

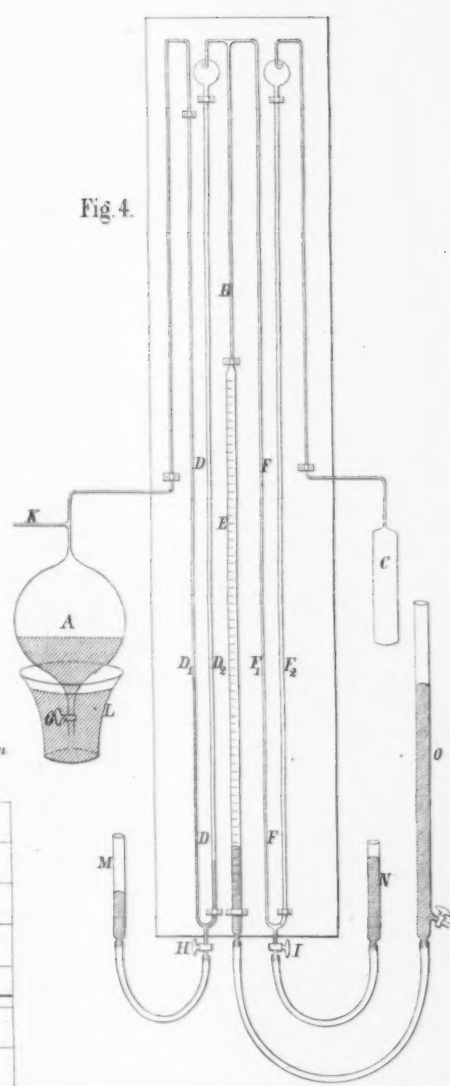


Fig. 1.

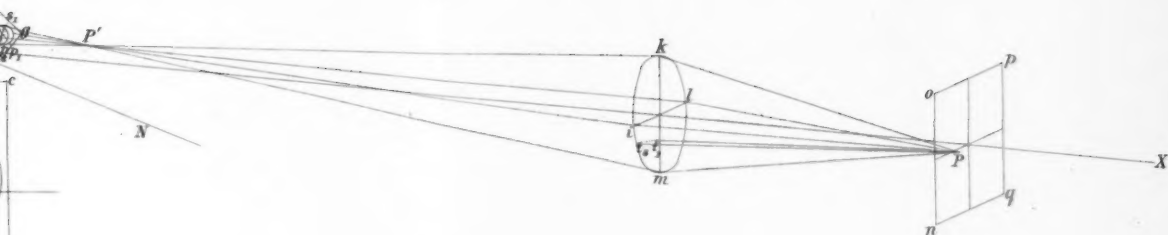


Fig. 4.

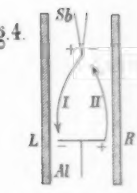


Fig. 3.

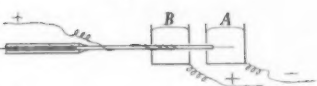


Fig. 5.



Fig. 8.

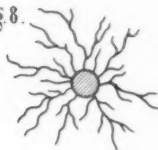


Fig. 7.

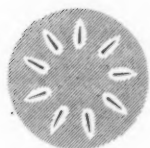


Fig. 9.



Fig. 10.



Fig. 12.



Fig. 11.



Fig. 13.



Fig. 14.

